

令和2年度弁理士試験論文式筆記試験問題

[基礎物理学]

1 図1のように、質量 m の質点が円錐の頂点 O から長さ ℓ の糸でつるされている。円錐の中心軸は鉛直方向に一致しており、円錐の頂角を 2θ とする。また、糸がたるむことはなく、質点は円錐面上を摩擦なく運動できるものとする。重力加速度を g として、以下の問いに答えよ。

【35点】

(1) 質点が静止しているとき、糸の張力及び質点に働く垂直抗力の大きさを、それぞれ m 、 g 、 θ を用いて表せ。

この質点を、一定の角速度 ω_0 で水平面内を等速回転運動させたところ、この質点は円錐面に接したままであった。

(2) このとき、糸の張力及び質点に働く垂直抗力の大きさをそれぞれ m 、 g 、 θ 、 ω_0 、 ℓ を用いて表せ。

$\omega_0 > \omega_1$ としたとき、質点は円錐面に接することなく回転運動を行った。

(3) このときの ω_1 を求めよ。

(4) $\omega_0 = \omega_1$ のとき、糸の張力を求めよ。

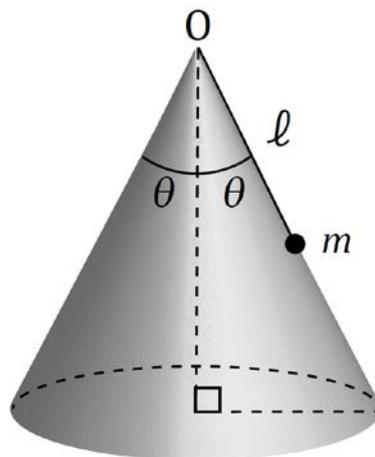


図1

2 質量 m 、半径 a の一様密度の剛体円板が、図2のように、原点 O から長さ ℓ の糸でつるされ、紙面内を運動している。ただし、糸はたるむことはないものとする。糸と円板の接点を P 、円板中心を Q とする。線分 OP 、 PQ が鉛直方向となす角をそれぞれ φ 、 θ とし、重力加速度を g として、以下の問いに答えよ。

【35点】

- (1) 円板の位置エネルギーを m 、 g 、 ℓ 、 a 、 φ 、 θ を用いて表せ。ただし、円板が静止状態($\varphi = 0$ 、 $\theta = 0$)にあるときの円板の位置エネルギーを0とする。
- (2) 円板の重心の並進運動に関する運動エネルギーを m 、 ℓ 、 a 、 $\dot{\varphi}$ 、 $\dot{\theta}$ を用いて表せ。ここで、 $\dot{\varphi}$ 、 $\dot{\theta}$ は、それぞれ φ 、 θ の時間微分を表す。
- (3) 円板の重心を通る軸の周りの回転運動に関する運動エネルギーを m 、 a 、 $\dot{\theta}$ を用いて表せ。ただし、この円板の重心を通る回転軸周りの慣性モーメントは $\frac{1}{2}ma^2$ で与えられる。
- (4) φ 、 θ が微小量($|\varphi| \ll 1$ 、 $|\theta| \ll 1$)である場合に、この円板の運動に関するラグランジアンを書き表せ。ただし、 φ 、 θ 、 $\dot{\varphi}$ 、 $\dot{\theta}$ に関して、3次以上の項を無視せよ。必要であれば、微小量 ε ($|\varepsilon| \ll 1$)に対して、 $\cos \varepsilon \cong 1 - \frac{1}{2}\varepsilon^2$ 、 $\sin \varepsilon \cong \varepsilon$ の近似式を用いよ。
- (5) (4)で求めたラグランジアンから、 φ 、 θ に関する運動方程式を求めよ。
- (6) $a = \frac{2}{3}\ell$ であり、かつ、 φ 、 θ が微小量($|\varphi| \ll 1$ 、 $|\theta| \ll 1$)の場合について、 φ 、 θ の連成振動の基準振動数を求めよ。

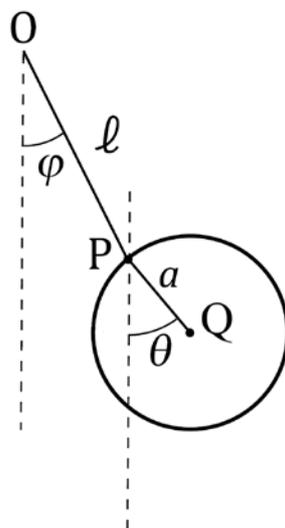


図2

3 物体の衝突運動に関する以下の問いに答えよ。

【30点】

図3のように、 x 軸上に3つの物体A、B、Cが並んでいる。物体A、B、Cの質量は、それぞれ M 、 $3M$ 、 M であり、 x 軸上を摩擦なしに運動するものとする。

- (1) 最初に、物体Aが速さ v ($v > 0$)で $+x$ 方向に運動し、静止していた物体Bに弾性衝突した。衝突後の物体A、Bそれぞれの速さと運動の向きを求めよ。
- (2) その後、物体Cが速さ w ($w > 0$)で $-x$ 方向に運動し、物体Bに弾性衝突した。物体Bが再び物体Aに衝突するための、 w に関する条件を求めよ。

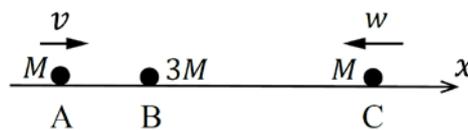


図3

長方形の板が一定の速さ V ($V > 0$)で $+x$ 方向に運動している。板の面は x 軸に垂直であるものとする。

- (3) 図4(a)のように、質量 m の粒子が速さ w ($w > 0$)で $-x$ 方向に運動し、この板に垂直に弾性衝突した。板の速度はこの衝突の影響を受けず一定のままであるものとする。このとき、衝突後の粒子の速さと運動の向きを求めよ。
- (4) 図4(b)のように、複数の質量 m の粒子が速さ w ($w > 0$)で $-x$ 方向に運動し、単位時間あたり n 個がこの板に垂直に弾性衝突している。同様に、複数の質量 m の粒子が速さ w で $+x$ 方向に運動し、単位時間あたり n 個がこの板に垂直に弾性衝突している。このとき、板が受ける力の向きと大きさを求めよ。ただし、板の速度は粒子の衝突の影響を受けず一定のままであるとし、粒子同士の衝突は考えない。また、 n は十分に大きく、板が受ける力は常に一定とみなすことができるものとする。

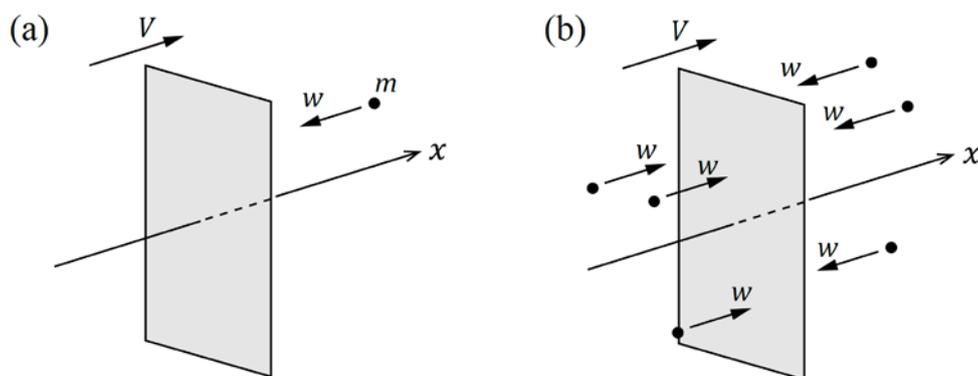


図4