令和４年度弁理士試験論文式筆記試験問題

［基礎物理学］

1　図１のように、同じ質量mの３つの質点1、2、3が、ばね定数k、自然長ℓの２つのばねでつながれて質点系を構成している。すべての質点は固定されておらず、x軸に平行な一直線上を運動できるものとする。ばねの重さは無視できるものとして、以下の問いに答えよ。

【３５点】

(1)　時刻tにおける質点1、2、3の位置をそれぞれ、$x_1(t)$、$x_2(t)$、$x_3(t)$とするとき、質点系の弾性エネルギーを書き表せ。

(2)　質点1、2、3の運動方程式をそれぞれ書き表せ。

改めて、以下のような変数

$$Q_A(t) = \frac{x_3(t) - x_1(t) - 2\ell}{\sqrt{2}}$$

$$Q_B(t) = \frac{x_3(t) + x_1(t) - 2x_2(t)}{\sqrt{6}}$$

$$Q_C(t) = \frac{x_1(t) + x_2(t) + x_3(t)}{3}$$

を導入する。

(3)　変数$Q_A(t)$、$Q_B(t)$、$Q_C(t)$を用いて、この質点系の弾性エネルギーを書き表せ。ただし、$Q_A(t)$、$Q_B(t)$、$Q_C(t)$のすべてを用いる必要はない。

(4)　変数$Q_A(t)$、$Q_B(t)$、$Q_C(t)$に関する運動方程式を書き表せ。

(5)　この質点系の基準振動数をすべて求め、それぞれの基準振動数が、どのような運動に対応するか、図を用いて簡単に説明せよ。

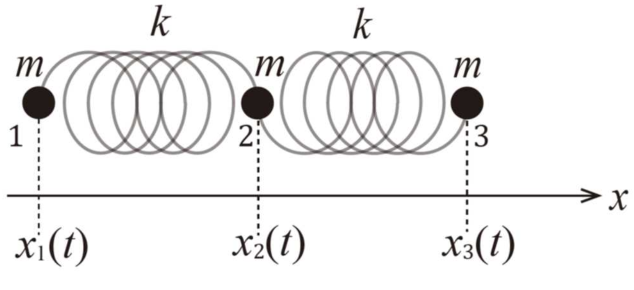

図１

２　図２のように、長さℓ、重さMの太さが無視できる一様な棒が、xy平面内を運動している。x軸方向は水平方向、y軸方向は鉛直方向にそれぞれ一致している。棒の一端は常に原点Ｏに一致しており、この棒は原点Ｏのまわりに自由に回転できるものとする。時刻tで棒がy軸となす角を$\theta(t)$とする。重力加速度をgとして、以下の問いに答えよ。

【３０点】

(1)　ある時刻tにおける棒の重心のx, y座標をそれぞれ$X_G(t)$、$Y_G(t)$とする。$X_G(t)$、$Y_G(t)$を$\theta(t)$を用いて表せ。

(2)　この棒の原点Ｏのまわりの慣性モーメントを求めよ。

(3)　棒の運動に関するラグランジアンを$\theta(t)$と$\dot{\theta}(t)$を用いて書き表せ。ただし、$\dot{\theta}(t)$は$\theta(t)$の１階時間微分である。

(4)　$\theta(t)$に関する運動方程式を書き表せ。

(5)　$t = 0$において、$\theta(0) = \frac{\pi}{2}$、$\dot{\theta}(0) = \omega_0 (> 0)$でこの棒が回転を始めたとする。この棒が同じ向きに回転し続けるために必要なω_0に関する条件を求めよ。

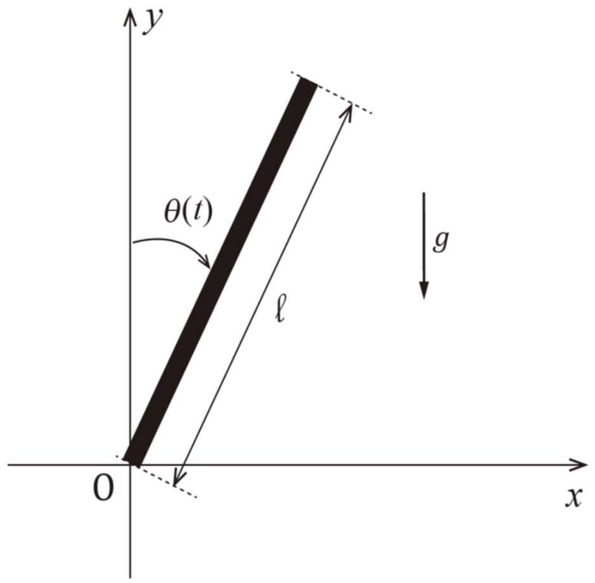

図２

3　長さℓ、線密度ρの一様で伸び縮みしないひもが、十分に長い斜面を滑らかに滑り降りている。斜面はその上端と下端で 2 つの水平面につながっており、水平面に対してθ傾いている。重力加速度をgとして、以下の問いに答えよ。

【３５点】

図３(a)のように、ひものすべての部分が斜面を滑り降りているとする。

(1)　斜面の上端から、ひもの後ろ端までの時刻tにおける距離を$x(t)$とする(図３(a))。$x(t)$に関する運動方程式を書き表せ。

(2)　$x(0) = 0$、$\dot{x}(0) = 0$であるとき、$x(t)$を求めよ。ただし、$\dot{x}(t)$は$x(t)$の１階時間微分である。

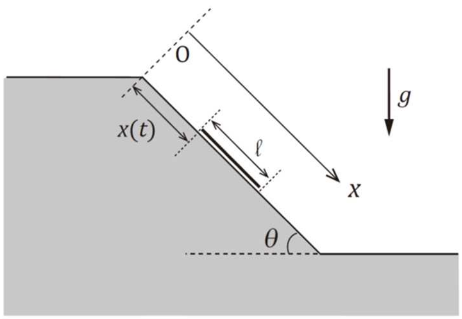

図３(a)

図３(b)のように、このひもの長さ$y(t)$の部分が斜面を、長さ$\ell - y(t)$の残りの部分は斜面上端につながる水平面を滑っている。

(3)　$0 < y(t) < \ell$であるとき、$y(t)$に関する運動方程式を書き表せ。

(4)　水平面を滑っているひもの後ろ端から長さ$\frac{\ell - y(t)}{2}$離れた点に働く張力をℓ、ρ、g、θ、$y(t)$を用いて書き表せ。

(5)　$y(0) = 0$、$\dot{y}(0) = v_0$であるとき、$y(t)$を求めよ。ただし、$\dot{y}(t)$は$y(t)$の１階時間微分である。また、$y(t) = \ell$となった時刻 t における$\dot{y}(t)$を求めよ。

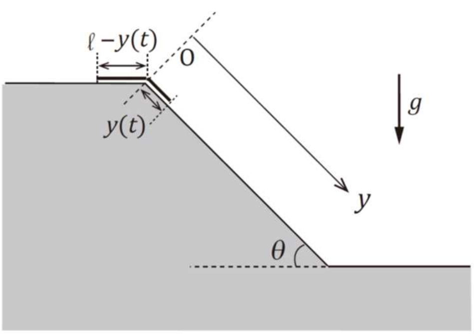

図３(b)