令和４年度弁理士試験論文式筆記試験問題

［電磁気学］

１　図１のように、真空中に半径 a、b $(a < b)$ の同心の導体球殻Ⅰ、Ⅱがある。導体球殻Ⅰ、Ⅱの厚みは無視できるものとする。導体球殻Ⅰと導体球殻Ⅱの間は誘電率ε_1の誘電体で満たされている。真空の誘電率をε_0として、以下の問いに答えよ。

【３５点】

(1)　導体球殻Ⅱの無限遠に対する静電容量を求めよ。

(2)　導体球殻Ⅰと導体球殻Ⅱの間の静電容量を求めよ。

(3)　導体球殻Ⅰの無限遠に対する静電容量を求めよ。

導体球殻Ⅰに電荷Qを与えた。

(4)　系の静電エネルギーを求めよ。

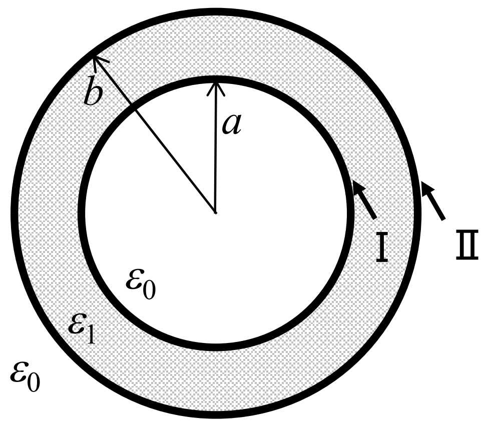

図１

２　導線に流れる定常電流が作る磁束密度について考える。導線の太さは無視できるものとする。真空の透磁率をμ_0として、以下の問いに答えよ。必要があれば、微小電流 $I\mathrm{d}\vec{s}$（電流の大きさI、電流の流れる方向と長さを表す微小ベクトル $\mathrm{d}\vec{s}$）が位置ベクトル$\vec{r}$だけ離れた点に作る微小磁場$\mathrm{d}\vec{B}$は、$\mathrm{d}\vec{B}=\frac{\mu_0 I}{4\pi r^2}\mathrm{d}\vec{s}\times\frac{\vec{r}}{r}$で与えられることを用いよ。

【３５点】

直線状の導線に流れる定常電流が作る磁束密度について考える。

(1) 無限に長い直線状導線に大きさIの電流が流れているとき、導線から距離aの点に作られる磁束密度の大きさを求めよ。

(2) 図２のように、有限の長さの直線状導線ABに大きさIの電流が流れている。導線からの距離がa、$\angle\mathrm{PAB}=\theta_1$、$\angle\mathrm{PBA}=\theta_2$である点Pに作られる磁束密度の大きさは、$\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\theta_1+\cos\theta_2)$ で与えられることを示せ。

次に、図３のように、３次元xyz直交座標空間中のxy平面内に置かれた正六角形の導線について考える。正六角形の中心（重心）は原点 O (0,0,0)と一致している。原点から各辺までの距離をaとする。導線には大きさIの電流が$z>0$から見て反時計回りに流れている。

(3) 正六角形の中心(0,0,0)における磁束密度の向きと大きさを求めよ。

(4) z軸上の点$(0,0,a)$における磁束密度の向きと大きさを求めよ。

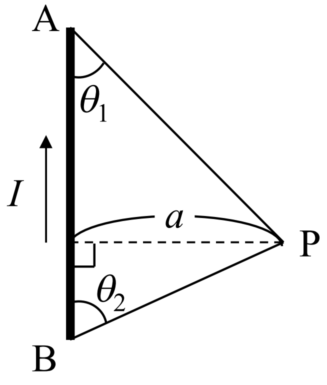

図２

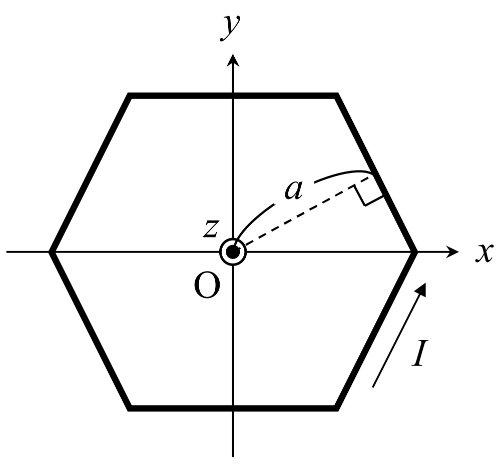

図３

３　３次元xyz直交座標空間中の電子（質量 m、電荷$-e$）の運動について考える。電子の位置を(x, y, z)、速度を$(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$、加速度を$(\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z})$とする。電場と磁場がそれぞれ、

$$\left(E_x, E_y, E_z\right) = (-ax, -ay, 2az)\ (a > 0)、$$
$$\left(B_x, B_y, B_z\right) = (0, 0, B)$$

で与えられるとき、以下の問いに答えよ。

【３０点】

(1) z方向の運動方程式を書き表せ。

(2) z方向の運動方程式を解くことにより、z方向の運動は単振動となることがわかる。単振動の周期を求めよ。

(3) x方向の運動方程式を書き表せ。

(4) y方向の運動方程式を書き表せ。

(5) x方向の運動方程式とy方向の運動方程式を連立して解くことにより、時刻tにおけるxy平面内の電子の位置について、以下の解が存在することがわかる。

$$x = R_1 \cos \omega_1 t + R_2 \cos \omega_2 t$$
$$y = R_1 \sin \omega_1 t + R_2 \sin \omega_2 t$$

ここで、R_1、R_2、ω_1、ω_2は実定数である。$R_1 < R_2$、$\omega_1 > \omega_2$であるとき、xy平面内の電子の運動の軌道について、模式図を描き、簡潔に説明せよ。