

令和5年度弁理士試験論文式筆記試験問題

[電磁気学]

- 1 図1のように、真空中に厚みの無視できる一辺の長さ a の2枚の正方形導体板が、導体板間距離 d で平行に重なるように固定されている。 $a \gg d$ であり、端部効果は無視できるものとする。以下の問いに答えよ。真空の誘電率を ϵ_0 とする。

【35点】

2つの導体板にそれぞれ Q ($Q > 0$) と $-Q$ の電荷を与えると一様に電荷が分布した。

- (1) 導体板間の電界の大きさを求めよ。
- (2) 系の静電エネルギーを求めよ。
- (3) 導体板間に働く力の大きさを求めよ。

次に、図2のように、この導体板間に縦の長さ a 、横の長さ a 、厚さ d 、誘電率 ϵ ($\epsilon > \epsilon_0$) の直方体の誘電体を x ($0 < x < a$) だけ挿入し、導体板間に電位差 V を与えた。誘電体は帯電していないものとする。

- (4) 導体板間の静電容量を求めよ。
- (5) 誘電体に働く力の向きと大きさを求めよ。向きは、 x が小さくなる向きか大きくなる向きかのいずれかで答えよ。

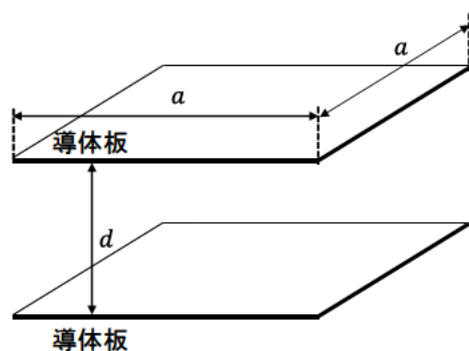


図 1

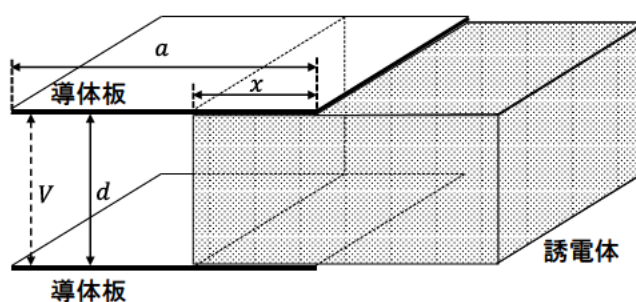


図 2

2 図3のように、真空の3次元 xyz 直交座標空間中に、半径 a 、長さ ℓ の円柱状の導体Aがある。導体Aの中心軸を z 軸にとり、 z 軸からの距離を r とする。導体Aの外側を、中心が同じ z 軸で、内半径 b 、外半径 c 、長さ ℓ の円筒状の導体Bで囲む。導体Aと導体Bは軸方向に十分長く($\ell \gg c$)、2箇所の端部が繋がって閉回路を形成しているものとし、それぞれ電流の往路と復路の同軸線路と見なすことができるものとする。また、端部効果は無視できるものとする。導体Aの内部を z 軸の正の向きに電流 I ($I > 0$)が、導体Bの内部を z 軸の負の向きに電流 I が、それぞれ一様に流れている。真空の透磁率を μ_0 として、以下の問いに答えよ。

【35点】

- (1) 導体Aの内部 ($0 \leq r \leq a$)、2導体間 ($a \leq r \leq b$)、導体Bの内部 ($b \leq r \leq c$)、同軸線路の外部 ($c \leq r$) における磁界の大きさ $H(r)$ をそれぞれ求めよ。
- (2) 縦軸を $H(r)$ 、横軸を r として $H(r)$ の概形をグラフに描け。
- (3) 2導体間 ($a \leq r \leq b$) における磁束 Φ_2 を求めよ。
- (4) $\frac{1}{2}\mu_0 H(r)^2$ を2導体間の領域で体積積分することによって、2導体間の空間の磁気エネルギーを求めよ。
- (5) 導体Aおよび導体Bの内部の磁束によるインダクタンスは無視できるものとする。このとき、同軸線路の自己インダクタンスを求めよ。

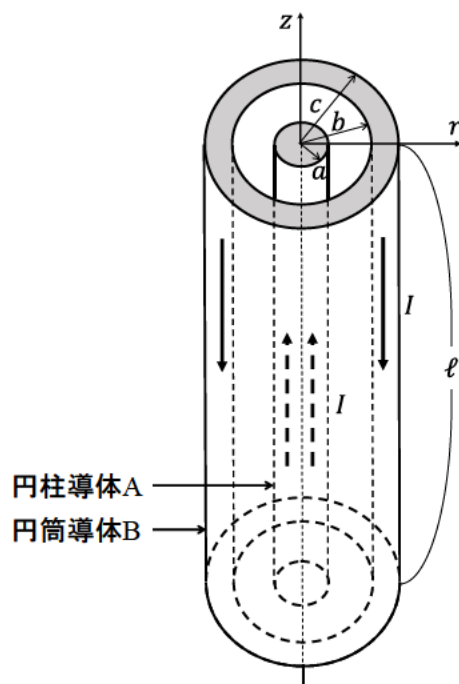


図3

3 電磁界を決定する基本方程式は以下の4つの式で与えることができる。

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} \quad (\text{式1})$$

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{H} = \boldsymbol{J} + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} \quad (\text{式2})$$

$$\operatorname{div} \boldsymbol{D} = \rho \quad (\text{式3})$$

$$\operatorname{div} \boldsymbol{B} = 0 \quad (\text{式4})$$

$\boldsymbol{E}$ は電界、 $\boldsymbol{H}$ は磁界、 $\boldsymbol{D}$ は電束密度、 $\boldsymbol{B}$ は磁束密度、 $\boldsymbol{J}$ は真電流密度、 ρ は電荷密度、 t は時間である。以下の問いに答えよ。

【30点】

(1) (式1)から(式4)を説明する以下の文について、(ア)から(ク)に当てはまる語句として最も適当なものを下の[語群]から選びそれぞれ記せ。ただし、[語群]の語句は一度しか使えない。

(式1)から(式4)は、物質に無関係にいつでも成り立つ基本的な式であり、(ア)の基本方程式と呼ばれる。(式1)は、磁束密度が時間変化すると、その周りに(イ)が生じることを意味する。これを(ウ)の法則と呼ぶ。(式2)は、時間変化する電界と等価な(エ)電流と真電流の周りに磁界が生じることを意味する。これを拡張された(オ)の法則と呼ぶ。(式3)は、(カ)を中心として電束密度が湧き出すことを意味する。これを電界に関する(キ)の法則と呼ぶ。(式4)は、磁束密度の湧き出しが存在しないことを意味し、これより(ク)は存在しないことがわかる。

[語群]

クーロン、シュレディンガー、アンペール、マックスウェル、ファラデー、ガウス、変位、誘導電界、静電容量、磁気単極子、磁気双極子、電流、電荷、定常

真空中において、電界が x 成分 E_x だけ、磁界が y 成分 H_y だけを有し、 z 方向に伝搬する角周波数 ω の平面電磁波を考える。真空の誘電率を ϵ_0 、透磁率を μ_0 とする。このとき、 $\boldsymbol{J} = 0$ としてよく、(式1)と(式2)から次の E_x と H_y の連立偏微分方程式が得られる。

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t}, \quad \frac{\partial H_y}{\partial z} = -\epsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t}$$

(2) この連立偏微分方程式から、 E_x に関する波動方程式を求めよ。

(3) (2)で求めた波動方程式の解として、 $E_x(z, t) = E_0 \sin(kz - \omega t)$ を考える。ここで E_0 は平面電磁波の電界振幅であり、 k は z 方向の波数である。 ω を k 、 ϵ_0 、 μ_0 を用いて表せ。

(4) (3)の平面電磁波の速度を ϵ_0 、 μ_0 を用いて表せ。