

令和6年度弁理士試験論文式筆記試験問題

[基礎物理学]

- 1 図1のように、一端が壁に固定されたばね定数 k のばね、半径 r 、質量 M の一様な円板状の滑車、質量 m のおもり、ひもからなる系がある。滑車は中心を軸になめらかに回転でき、滑車とひもの間にはすべりはない。ばねとひもの質量、おもりの大きさは無視できる。重力加速度の大きさを g とし、以下の問いに答えよ。

【40点】

(1) つり合って静止している際のばねの伸びを求め、 m 、 g 、 k を用いて表せ。

(2) 滑車の中心まわりの慣性モーメントが、 $\frac{1}{2}Mr^2$ で表されることを示せ。

つり合いの状態からおもりを静かに下に動かして離し、上下に微小振動させた。

(3) おもりの位置を x で表し、つり合いの位置を原点、鉛直上向きを正とする。滑車とおもりの間のひもに働く張力を T_1 とし、おもりの運動方程式を x 、 \ddot{x} 、 m 、 T_1 、 g のうち必要なものを用いて表せ。ただし、 \ddot{x} は x の二階時間微分である。

(4) つり合いの位置からの滑車の回転角を θ （反時計回りを正）とする。 θ 、 r 、 x の関係を求めよ。

(5) 滑車とばねの間のひもに働く張力を T_2 とする。滑車の回転の運動方程式を θ 、 $\ddot{\theta}$ 、 M 、 T_1 、 T_2 、 r 、 g のうち必要なものを用いて表せ。ただし、 $\ddot{\theta}$ は θ の二階時間微分である。

(6) おもりの位置 x に関する微分方程式を x 、 \ddot{x} 、 m 、 M 、 k 、 r 、 g のうち必要なものを用いて表せ。

(7) おもりの微小振動の周期を m 、 M 、 k 、 g のうち必要なものを用いて表せ。

(次頁へ続く)

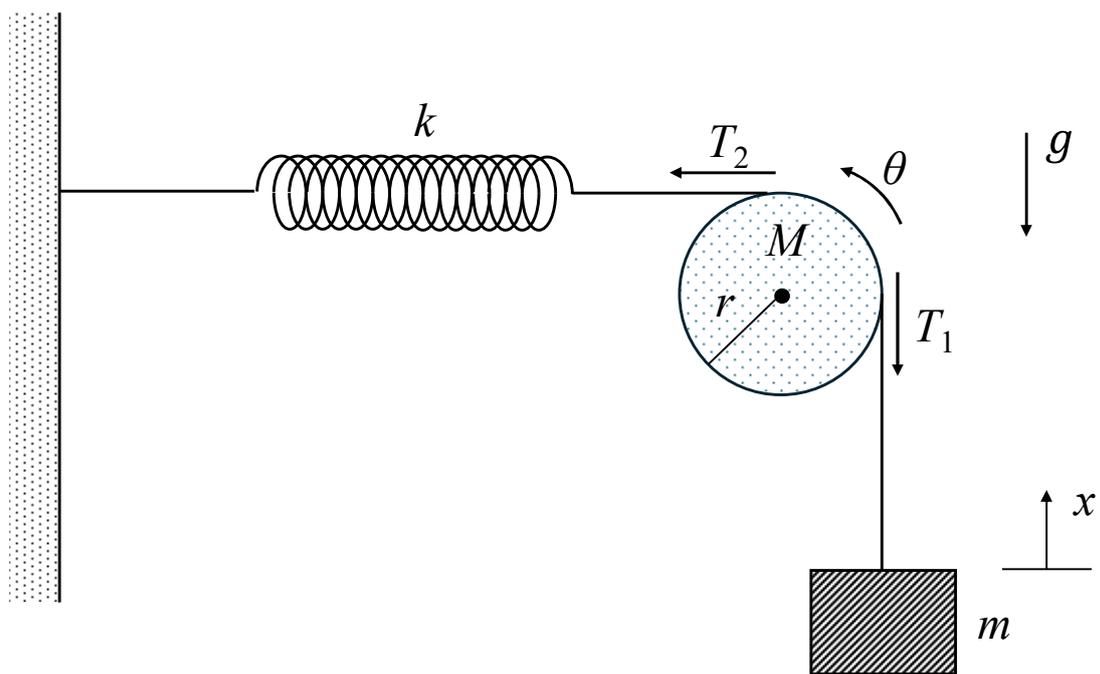


图 1

2 図2のように、長さ l の2本の糸に質量 $2m$ の質点A、質量 m の質点Bをとりつけて二重振り子をつくり、微小振動させた。2つの質点は紙面内を運動するものとする。質点の大きさ、糸の重さは無視できるものとし、糸がたるむことはない。時刻 t において、上の糸が鉛直方向となす角を θ 、下の糸が鉛直方向となす角を φ とおく。重力加速度の大きさを g とし、以下の問いに答えよ。

【30点】

- (1) 二重振り子を静止させたとき ($\theta = \varphi = 0$) の各質点の位置を、それぞれの質点の原点とする。時刻 t における質点A、Bの座標 (x_A, y_A) 、 (x_B, y_B) をそれぞれ l 、 θ 、 φ のうち必要なものを用いて表せ。ただし、水平方向に x 軸（右向きを正）、鉛直方向に y 軸（上向きを正）をとること。
- (2) 二重振り子の運動エネルギー K 、位置エネルギー U をそれぞれ m 、 l 、 g 、 θ 、 $\dot{\theta}$ 、 φ 、 $\dot{\varphi}$ のうち必要なものを用いて表せ。ただし、 $\dot{\theta}$ 、 $\dot{\varphi}$ はそれぞれ θ 、 φ の時間微分である。
- (3) θ 、 φ が微小量 ($\theta \ll |1|$ 、 $\varphi \ll |1|$) である場合、質点系のラグランジュの運動方程式を m 、 l 、 g 、 θ 、 $\ddot{\theta}$ 、 φ 、 $\ddot{\varphi}$ のうち必要なものを用いて表せ。ただし $\ddot{\theta}$ 、 $\ddot{\varphi}$ はそれぞれ θ 、 φ の二階時間微分である。その際、テイラー展開を利用した近似式 $\cos z = 1 - \frac{z^2}{2}$ ($z \ll |1|$) を利用し、 θ 、 $\dot{\theta}$ 、 φ 、 $\dot{\varphi}$ の3次以降の項は無視すること。
- (4) 2つの質点と同じ角振動数 ω (>0)、初期位相0で振動していると仮定する。ラグランジュの運動方程式から ω を求め、 g 、 l を用いて表せ。

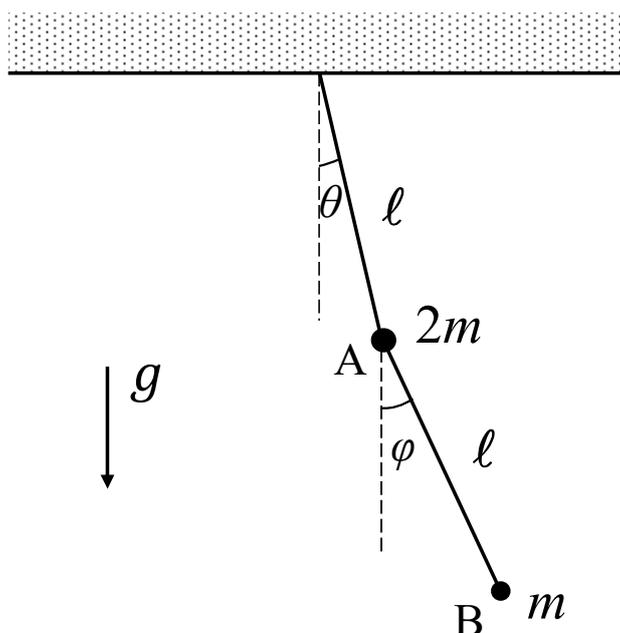


図2

3 十分に大きな水平板に、なめらかなふちを持ち、大きさが無視できるほど小さい穴が開いている。図3のように、穴に長さ $2a$ の糸を通し、その上端に質量 m の質点を結び、板の上の糸の長さ $r = a$ になるように板の上に置いた。糸の下端には、大きさが無視できる質量 M のおもりを結んでつるした。このとき、質点に対して糸に直角に水平方向の初速 v_0 を与えると、 $a \leq r \leq 2a$ を満たしながら質点が水平板上で穴のまわりを回転運動した。質点と水平板の間の摩擦は無視できる。重力加速度の大きさを g とし、以下の問いに答えよ。

【30点】

- (1) 穴の位置を原点、穴から質点の初期位置に向かう方向の線を基線とすると、ある時刻の質点の極座標は (r, θ) と書ける。糸の張力を T とし、おもりの運動方程式を M, T, g, r, \ddot{r} のうち必要なものを用いて表せ。ただし、 \ddot{r} は r の二階時間微分である。
- (2) 質点は中心力を受けながら運動する。質点の動径方向の運動方程式を $m, T, g, r, \ddot{r}, \theta, \dot{\theta}$ のうち必要なものを用いて表せ。ただし、 $\dot{\theta}$ は θ の時間微分である。
- (3) 角運動量保存則より、 $r^2 \dot{\theta} = av_0$ と書ける。この関係を用いて、(2)で求めた運動方程式を $m, M, g, r, \ddot{r}, a, v_0$ のうち必要なものを用いて表せ。
- (4) $r = a$ のとき $\dot{r} = 0$ であることに留意し、 \dot{r}^2 を m, M, a, g, r, v_0 のうち必要なものを用いて表せ。ただし、 \dot{r} は r の時間微分である。
- (5) v_0 がある値のとき、 r が $2a$ に達した。その際の v_0 を、 m, M, a, g のうち必要なものを用いて表せ。

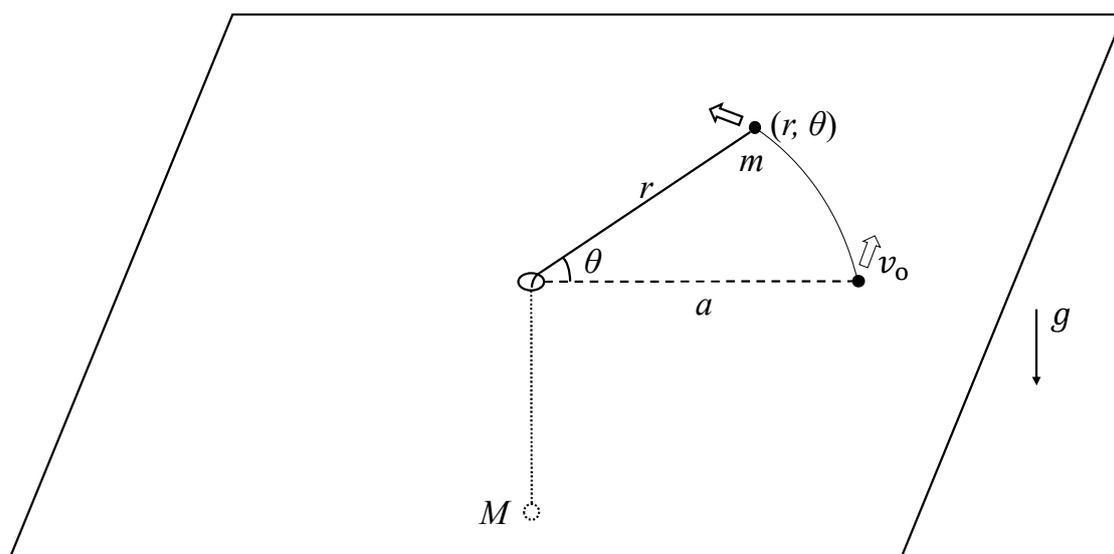


図3