令和７年度弁理士試験論文式筆記試験問題

［基礎物理学］

１　図１のように、水平軸のまわりに紙面に対して時計回りに角速度ω_0で回転している半径R、質量Mの一様密度の剛体球を、水平な床の上に回転している状態のままそっと置いた。球を床の上に置いた時刻を$t = 0$とすると、$t = 0$において、$x = \dot{x} = 0$、$\dot{\theta} = \omega_0$と書ける。ただし、xは時刻tにおける球の重心の水平位置（右向きを正）、θは球の回転角（時計回りを正）、$\dot{x}$、$\dot{\theta}$はそれぞれx、θの時間微分である。球と床の間の動摩擦係数をμ、重力加速度の大きさをgとし、以下の問いに答えよ。

【３５点】

(1) この球の中心軸のまわりの慣性モーメントが $\frac{2}{5}MR^2$であることを示せ。

(2) 時刻 t における球の重心運動及び回転運動それぞれの運動方程式をR、M、μ、g、$\ddot{x}$、$\ddot{\theta}$のうち必要なものを用いて表せ。ただし$\ddot{x}$、$\ddot{\theta}$はそれぞれx、θの二階時間微分である。

(3) 球と床の接触点における、球表面の床に対する相対速度vをR、$\dot{x}$、$\dot{\theta}$のうち必要なものを用いて表せ。

(4) 球が床に対して滑らずに転がり始める時刻t_0をR、M、μ、g、ω_0のうち必要なものを用いて表せ。

(5) 時刻t_0における球の水平位置x_0をR、M、μ、g、ω_0のうち必要なものを用いて表せ。

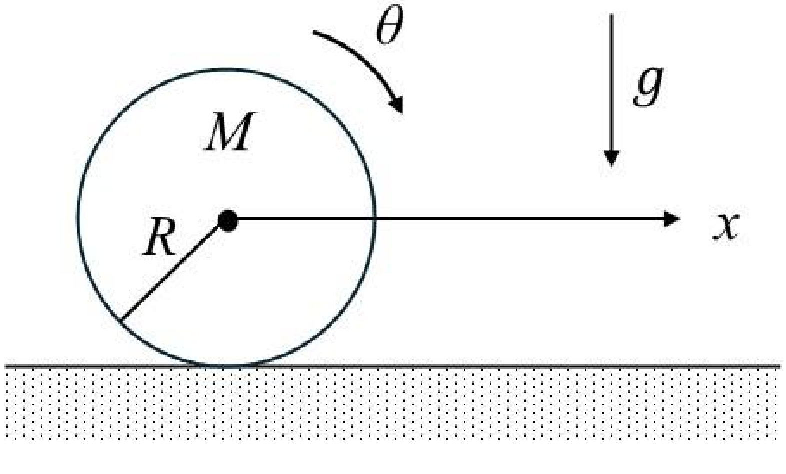

図１

2　図２のように、水平に距離dだけ離れた点からそれぞれ長さℓの糸で質量mの質点 A、B をつるし、２つの質点を自然長d、ばね定数kのばねでつないだ。質点 A、B の大きさ及び糸とばねの重さは無視できるものとし、糸とばねがたるむことはない。重力加速度の大きさをgとする。質点 A、B は紙面内を運動するものとし、以下の問いに答えよ。

【３０点】

(1)　時刻tにおいて２つの糸が鉛直方向となす角をθ、φとする。そのときばねが水平となす角をδとすると、$\tan\delta$をd、ℓ、θ、φを用いて表せ。

(2) θ、φが微小量（$|\theta| \ll 1$、$|\varphi| \ll 1$）である場合、δは 0 とみなせる。このとき、ばねののびをℓ、θ、φを用いて表せ。

(3) 質点 A、B はそれぞれ微小振動をしているものとする。(2)の条件において、質点 A、B におけるそれぞれの微小運動の運動方程式を、d、ℓ、m、k、g、θ、φ、$\ddot{\theta}$、$\ddot{\varphi}$のうち必要なものを用いて表せ。ただし$\ddot{\theta}$、$\ddot{\varphi}$はそれぞれθ、φの二階時間微分である。

(4)　(3)の式において、θ、φが微小量であるため$\sin\theta = \theta$、$\sin\varphi = \varphi$、$\cos\theta = 1$、$\cos\varphi = 1$と近似してよい。このとき、基準振動数ωをd、ℓ、m、k、gのうち必要なものを用いて表せ。

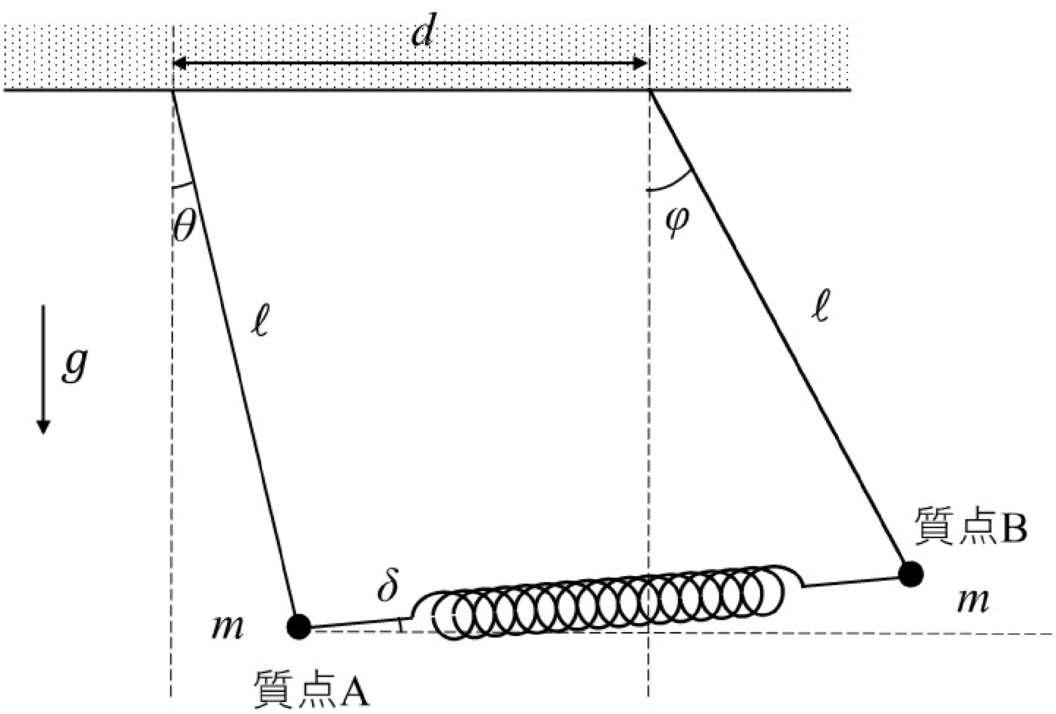

図２

3　図３のように、長さℓの棒１の片端が原点Ｏに固定されており、棒１はＯを支点としてxy平面上で運動できる。棒１の他端には、同じ長さℓを持つ棒２の端がつなげられ、接続点に質量mの質点Ａがついている。２つの棒の間の角度はなめらかに変えることができる。棒２のもう片端には質量$2m$の質点Ｂがついており、質点Ｂはy軸上のみを運動することができる。原点Ｏの棒１の端と、質点Ｂは、自然長d、ばね定数kのばねでつながっている。質点Ａ、Ｂの大きさ、棒１、２とばねの重さは無視でき、棒とばねがたわむことはない。また、摩擦は一切存在しないとする。時刻tにおける棒１のy軸からの振れ角をθ（反時計回りを正）、重力加速度の大きさをg（y軸下向き）とし、以下の問いに答えよ。

【３５点】

(1) 質点Ａ、Ｂの座標$(x_{\mathrm{A}}, y_{\mathrm{A}})$、$(x_{\mathrm{B}}, y_{\mathrm{B}})$をそれぞれ$\ell$、$\theta$を用いて表せ。

(2) 質点Ａ、Ｂの運動エネルギーをそれぞれT_{A}、T_{B}、位置エネルギーをそれぞれU_{A}、U_{B}とする。また、ばねの弾性エネルギーをU_{C}とする。T_{A}、T_{B}、U_{A}、U_{B}、U_{C}を、それぞれm、ℓ、d、k、g、θ、$\dot{\theta}$のうち必要なものを用いて表せ。ただし、$\dot{\theta}$はθの時間微分である。

(3) 系のラグランジュの運動方程式をm、ℓ、d、k、g、θ、$\dot{\theta}$、$\ddot{\theta}$のうち必要なものを用いて表せ。ただし、$\ddot{\theta}$はθの二階時間微分である。

(4) ２つの質点が静止した状態における角度θをθ_0とする。θ_0を表す式をm、ℓ、d、k、gのうち必要なものを用いて示せ。ただし、$\sin\theta_0 \neq 0$とする。

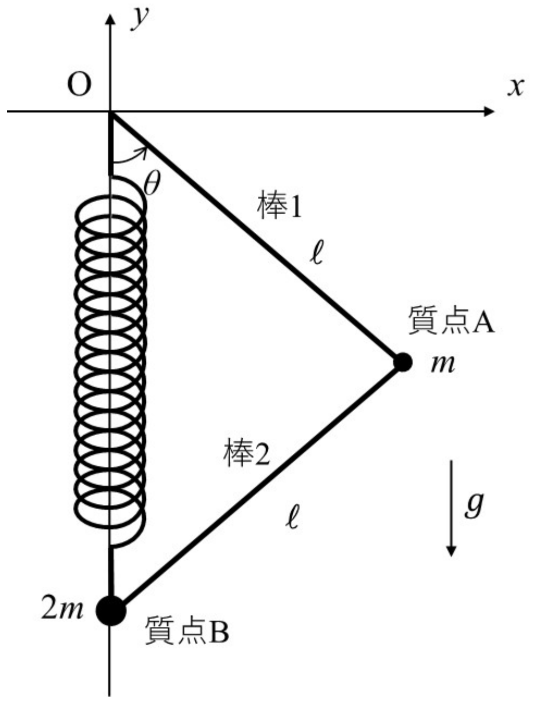

図３