平成１６年度弁理士試験論文式筆記試験問題

［物理学］

１．図１のような、２個の質点がバネで結ばれている系を考える。２つの質点は一つの直線にそって運動するとする。バネの自然長（伸びも縮みもしていないときの長さ）はd、バネ定数はkとする。それぞれの質点には１、２の番号をふり、その質量はm_1、m_2 とし、位置座標をx_1、x_2 とする。バネによる力以外の外力は無いものとし、以下の設問に答えよ。

【２５点】

（１）はじめに２つの質点は静止しており、バネも伸びも縮みもしていなかったとする。質点１と質点２の重心（質量中心）の座標x_{12}を２つの質点の位置座標x_i、$(i = 1, 2)$で表わせ。

（２）x_{12}の位置を図解して説明せよ。

（３）2 つの質点を手でわずかに引っ張り、バネの長さをdより若干伸ばして、時刻t=0に静かに手を離したとする。時刻t=0 での２つの質点の位置を$x_1(0)$、$x_2(0)$として、質点１、質点２、および２つの質点の重心の運動方程式を示せ。

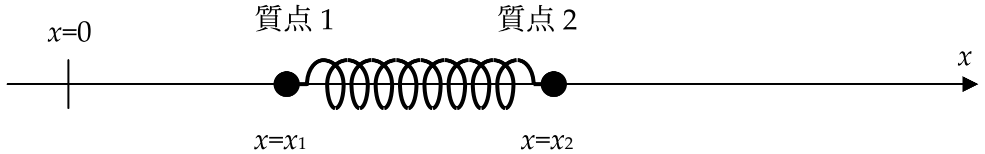

図１

2.図２のような質量 m のおもりが長さ l のひもでぶら下げられた振り子を考える。支点は単振動しており、その座標x_0は$x_0 = a \cdot \cos(\omega t)$という式で表わされるとする。座標系は図中に示されたように取る。重力加速度はgとし、ひもの質量は無視できるものとする。また、支点x_0の最大振幅a、および振り子の振れ角はいずれも小さく、おもりの位置座標を(x, y)とすると「振り子の振れ角」$\approx (x - x_0)/l$が成り立つとせよ。

【２５点】

（１）おもりが速度 v に比例する抵抗力（大きさを cv とする）を受ける場合の図の水平方向に関するおもりの運動方程式をたてよ。おもりの位置は x とすること。

（２）上記（１）で$a = 0$、$c = 0$ の場合の振り子の共振角周波数ω_0を求めよ。

（３）$a \neq 0$、$c \neq 0$ の場合について、（１）で求めた運動方程式を解き、充分時間が経過した後の定常解を求めたい。このために$z \equiv x + iu$（ただし$i^2 = -1$、uはダミーの変数）という複素変数zを導入し、さらに$z_0 = a \cdot \exp(i\omega t)$とおいて、（１）で求めた運動方程式を複素化し、$z$について解く。zが複素化された運動方程式の解なら、$x = \mathrm{Re}[z]$はもとの運動方程式の解となる。さらに、$z = D\exp(i\omega t)$と置いて、複素化された運動方程式に代入すると

$$D = (\omega_0^2 a)/[\omega_0^2 - \omega^2 + (i\omega c)/m]$$

となり、さらに、$D = |D|\exp(i\delta)$ とおくと、$x = |D|\cos(\omega t + \delta)$ が（１）で求めた運動方程式の解となる。このことを確かめよ。

（４）上記（３）の解から、支点の振動に対する質点の運動の位相と強制振動の周波数の関係に関して論ぜよ。

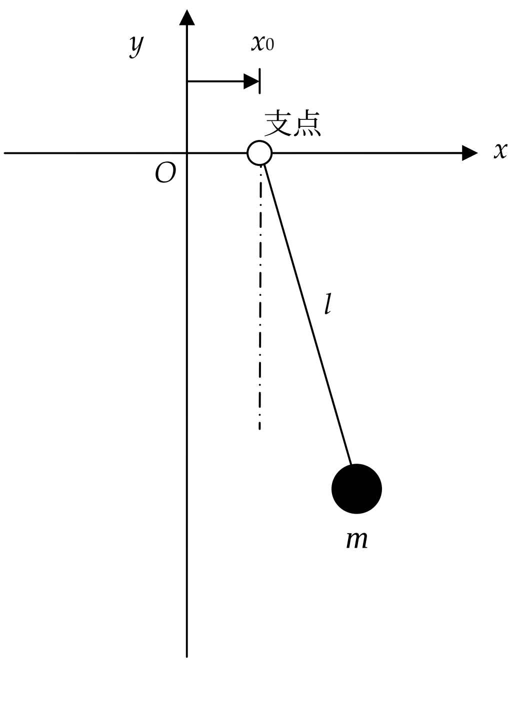

図２

論点［物理学］

１．（１）２個の質点の重心の定義の知識を問う。
（２）重心の幾何学的意味を問う。
（３）相互に力を及ぼしあう２つの質点のそれぞれ、及び重心に関する運動方式を立てることができるかを問う。

２．（１）抵抗のある単振り子の運動方程式が立てられるかを問う。
（２）単振動の共振周波数を問う。
（３）抵抗のある調和振動子の運動方程式を解く。
（４）強制振動と位相遅れ（進み）の関係を問う。