

平成20年度弁理士試験論文式筆記試験問題

[制御工学]

1. 以下の文章を読んで、(1)～(4)の設問に答えよ。

【30点】

回転型モータの回転角速度の制御を考える。モータの回転角速度を ω 、発生トルクを u 、モータ回転軸の慣性モーメントを J ($J > 0$)、減衰係数を c ($c > 0$) とすると、モータの運動方程式は以下のようなになる。

$$J \frac{d\omega}{dt} + c\omega = u \quad (\text{式1})$$

モータの回転角速度は実時間で計測可能とする。目標回転角速度 (以下、目標値と表記) が r である時、モータの発生トルクを以下のように与える。ここで、 K_1 は正の定数とする。

$$u = K_1(r - \omega) \quad (\text{式2})$$

このような制御は と呼ばれる。この制御が理想的に連続時間で行われている時、ラプラス演算子を s とすると、目標値 r から回転角速度 ω までの伝達関数は となる。

(a) 静止していた系に対して、突然、目標値 100 rad/s を与え続けた。しかし、(b) 回転角速度は目標値に近づくものの、最終的には一致しなかった。 このように、(式2)による制御の場合では が生じて、最終的に回転角速度を目標値と一致させることができない。この解消のため、回転角速度と目標値の差の積分をフィードバックさせることを考える。

$$u = K_1(r - \omega) + K_2 \int_{-\infty}^t (r - \omega) dt \quad (\text{式3})$$

このような制御は と呼ばれる。 r から ω までの伝達関数は となる。これにより、(c) 回転角速度と目標値を最終的に一致させることができる。

(1) 文中の ～ に当てはまる言葉を以下より選んで答えよ。

P 制御 PI 制御 PD 制御 PID 制御 H₂ 制御 H_∞ 制御 離散時間
むだ時間 定常偏差 初期値 ゲイン 位相 入力 状態 出力

(2) 及び に当てはまる適当な伝達関数を答えよ。

(3) 下線(a)のような目標値の与え方は 入力と呼ばれる。 に当てはまる言葉を答えよ。

(4) 時間 t で連続微分可能な関数 $f(t)$ をラプラス変換した関数を $F(s)$ とする。そのとき、

次式の関係が成立することが知られている。

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$$

これを最終値定理と呼ぶ。これを利用して、下線(b)及び(c)の理由をそれぞれ説明せよ。

2. 下の図1は単振り子を表している。一端が摩擦のない回転関節で固定されている長さ l_1 の腕の先に質量 m_1 の質点がある。また、腕は回転関節で紙面に垂直な軸まわりに回転できる。腕の絶対姿勢角を図のように鉛直下向きを原点として θ_1 とおき、根元の回転関節はトルク τ で駆動されるものとする。なお、重力加速度は鉛直下向きに g とする。また、図では質点は便宜上大きさを持つように描かれているが、その大きさは無視できるものとする。腕は変形しないものとし、その質量も無視する。このとき、以下の問いに答えよ。

【20点】

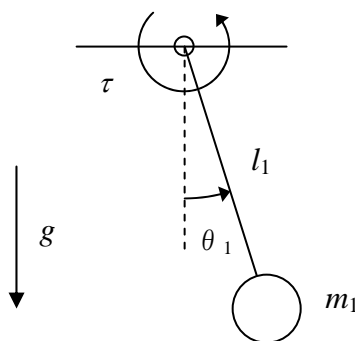


図1

- (1) 質点 m_1 の運動方程式は

$$A\ddot{\theta}_1 = B \sin \theta_1 + \tau$$

と求まる。上式の A, B を m_1, l_1, g の式で表せ。

- (2) (1)で求めた運動方程式より、状態を $x = (x_1, x_2) = (\theta_1, \dot{\theta}_1)$ 、 τ を入力としてこの系の状態方程式を求めよ。なお、上記 A, B を用いてよい。
- (3) $\tau = 0$ のとき、初期状態 $x = (x_1, x_2) = (\theta_0, 0)$ からの θ_1 の挙動を時間 t の関数で表し、またその挙動を、「周期」、「振幅」、「減衰」といった用語を用いて説明せよ。なお、 θ_0 は十分小さく、 $\theta = 0$ の近傍で $\sin \theta \approx \theta$ となることを用いてよい。
- (4) 腕の角度及び角速度が実時間で計測可能として、原点 $x = (x_1, x_2) = (0, 0)$ を基準としたフィードバック入力 $\tau = -k_1 x_1 - k_2 x_2$ を与えたとき、系が原点に対して漸近安定となるような k_1, k_2 の値の条件を求めよ。