平成２２年度弁理士試験論文式筆記試験問題

［電磁気学］

１．真空中で一様磁場 B_0 が z 方向の正の向きにかかっているとする。この空間において、原点 O から x 方向の正の向きに初速 v_0 で電子（質量 m_{e}、電荷 $-e$ とする）を射出した（図１）。すると電子は xy 平面内で円運動を始めた。以下の問いに答えよ。なお、重力の影響は無視できるとする。

【４０点】

(1)　射出直後に電子が磁場から受ける力の大きさと向きを答えよ。

(2)　磁場が時間的に一定の場合、電子の円運動の半径と、一周に要する時間を求めよ。なお、質量 m の粒子が速度 v で半径 r の円運動をするときに働いている向心力の大きさは mv^2/r である。

(3)　磁場 B_0 を 5.00 T（テスラ）としたとき、電子の円運動の半径が 1.00 m となるためには、射出速度 v_0 をいくらにすればよいか。また、そのとき電子が一周に要する時間はいくらか。いずれも SI 単位系で答えよ。なお、電子の質量は $m_{\mathrm{e}} = 9.11\times10^{-31}$ kg、電荷は $-e = -1.60\times10^{-19}$ C（クーロン）である。

(4)　短時間 Δt の間だけ磁場を B_0 から単位時間当たり β で z 方向の正の向きに増加させた（図２）。Δt の間に電子が感じる電場の強さを求めよ。

(5)　(4) で求めた電場によって Δt の間だけ電子が加速された。その間に電子が進んだ距離は、そのときの円運動の半径より十分に小さかったとする。Δt 後の電子の速さと、その後の円運動の半径を求めよ。なお、Δt の 2 次以上の項を無視して、速さと半径の変化分が Δt に比例する形で求めよ。

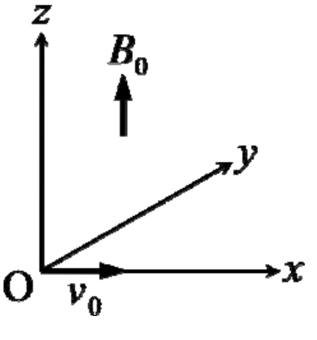

図１

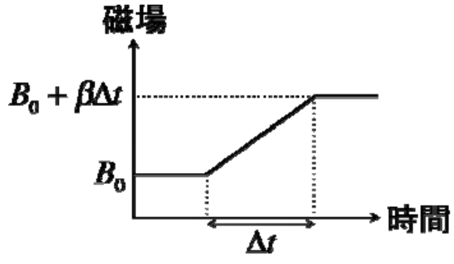

図２

２．金属中の電子を、抵抗を受けながら運動している粒子（質量m、電荷$-e$とする）と近似する。金属に電場をかけると、電子は電場によって自由粒子のように加速されるが、時間τが経過すると不純物と衝突して停止する。しかし停止後、直ちに電場による加速度運動を始める。このような近似を使ってオームの法則を理解する。

左右に延びる長さL、断面積Sの金属棒を考え、その両端に電位差Vをつける（図３）。左端の電位が高いとする。以下の問いに答えよ。

【３５点】

(1)　電位差Vによって電子が受ける力の大きさと向きを求めよ。

(2)　不純物と衝突してから次に衝突するまでの時間τの間に、電子がどちら向きにどれだけの距離を移動するか求めよ。さらに、単位時間の間にこのような衝突と加速の繰り返しが平均して$1/\tau$回起こることを考慮して、電子の平均速度を求めよ。

(3)　金属棒の単位体積中に電子はn個存在するとする。それぞれの電子は独立に運動していると見なす。電子全体で平均化すると、あたかも個々の電子が、(2)で求めた平均速度で等速度運動しているように見える。このとき電流の大きさと向きを求めよ。

(4)　この金属棒の電気抵抗を求めよ。また、この金属の電気伝導率を求めよ。

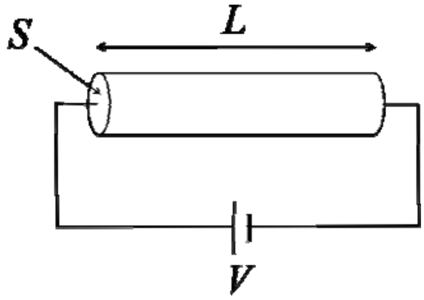

図３

3．電流 I が流れる長さ L の導線を２つ用意し、導線Ａは x 軸上に、導線Ｂは y 軸に平行に、xy 平面から D だけ離して図４のように配置する。図４において z 軸はそれぞれの導線の中点を通っているとする。それぞれの導線上の矢印は電流の流れる向きを示している。この２つの電流の間には力が働かないことを示すために、以下の問いに答えよ。

【２５点】

(1)　導線Ａが導線Ｂ上につくる磁場を求める。ビオ・サバールの法則

$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{\mathrm{d}\vec{s}\times\vec{r}}{r^3}$$

（μ_0 は真空の透磁率、$r = |\vec{r}|$）において、$\mathrm{d}\vec{s}$ を導線Ａ上の点 $(x,0,0)$ における微小ベクトル $(\mathrm{d}x,0,0)$ とし、$\vec{r}$ を導線Ａ上の点 $(x,0,0)$ から導線Ｂ上の点 $(0,y,D)$ に向かうベクトルとして、ビオ・サバールの法則が与える磁場 $\mathrm{d}\vec{B}$ を求めよ。また、導線Ａ全体が導線Ｂ上の点 $(0,y,D)$ につくる磁場 $\vec{B}$ を、積分の形で求めよ。積分は実行しなくてよい。

(2)　導線Ａが作った磁場から導線Ｂが受ける力を求める。電流が磁場から受ける力

$$\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{s}\times\vec{B}$$

において、$\mathrm{d}\vec{s}$ を導線Ｂ上の点 $(0,y,D)$ における微小ベクトル $(0,\mathrm{d}y,0)$ とし、$\vec{B}$ を(1)で求めた磁場として、力 $\mathrm{d}\vec{F}$ を求めよ。また、導線Ａ全体が作った磁場から導線Ｂ全体が受ける力 $\vec{F}$ を、積分の形で求めよ。積分は実行しなくてよい。

(3)　上で求めた力 $\vec{F}$ がゼロであることを示せ。

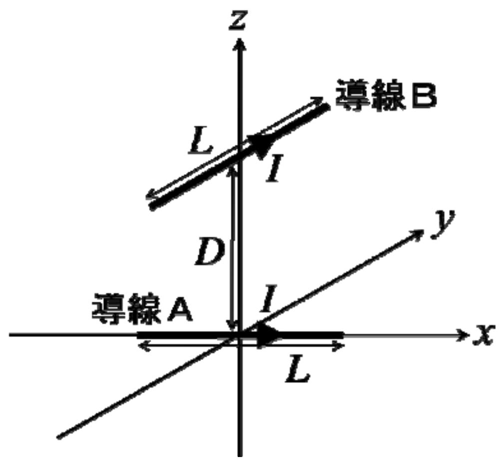

図４