

平成 24 年度弁理士試験論文式筆記試験問題

[制御工学]

1. 以下の文章を読んで、(1)～(7)の設問に答えよ。

【50点】

自動車のサスペンションを考える。図1（次頁）に、凹凸のある路面を走行する自動車を1自由度系でモデル化したものを表す。質量 m が 1 kg、ばね定数 k が 250 N/m、粘性減衰係数 c が 10 N/(m/s)とする。質量の上下変位を x 、自動車が接している路面の凹凸の変位を x_0 とする。なお、重力による影響は無視できるものとする。この時、運動方程式は以下のようなになる。

$$\ddot{x} + 10\dot{x} + 250x = 10\dot{x}_0 + 250x_0 \quad (\text{式1})$$

なお、本問題では時間 t に関する微分を以下のように表す。

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt}, \quad \ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2} \quad (\text{式2})$$

- (1) 路面凹凸の変位 x_0 から、質量の変位 x までの伝達関数を求めよ。なお、ラプラス演算子を s とする。
- (2) この系の極を求めよ。なお、虚数単位を j とする。
- (3) この系のゲインを求めたい。その計算式として最も適切なものを以下の選択枝群から選べ。なお、角振動数を ω とする。

選択枝群

$\left \frac{250 + 10\omega j}{(250 + \omega^2) + 10\omega j} \right ,$	$\left \frac{250 + 10\omega j}{(250 - \omega^2) + 10\omega j} \right $
$\left \frac{250 - 10\omega j}{(250 + \omega^2) - 10\omega j} \right ,$	$\left \frac{250 - 10\omega j}{(250 - \omega^2) - 10\omega j} \right $

(次頁へ続く)

図2に示すように、ばね、粘性減衰器と平行にアクチュエータを取り付け、フィードバック制御を行うことにする。アクチュエータが出す力 u を以下のように決める。なお、 g は制御ゲインであり、定数とする。

$$u = g\dot{x} \quad (\text{式 3})$$

- (4) 入力を x_0 、出力を x として、このフィードバック制御系のブロック線図を描け。なお、各ブロックに入る伝達関数を図中に明示すること。
- (5) フィードバック制御系の入力 x_0 から出力 x までの伝達関数を求めよ。
- (6) フィードバック制御系を安定にする制御ゲイン g の条件を求めよ。
- (7) この制御を行うことにより、制御を行わない系 (図1) よりも、すべての角振動数において、ゲインを小さくしたい。制御ゲイン g の条件を求めよ。

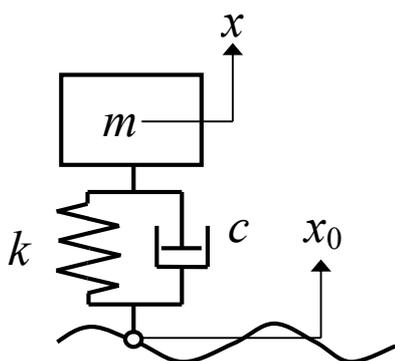


図 1

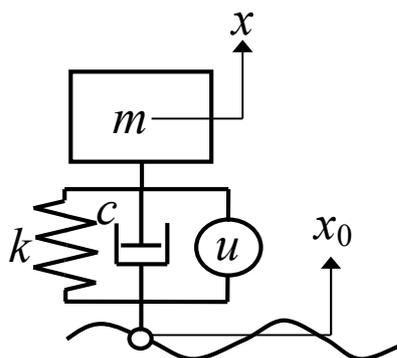


図 2

2. 以下の文章を読んで、(1)～(6)の設問に答えよ。

【50点】

(式4)のシステムを制御対象とするとき、(式5)に示す評価関数 J を最小にする制御則について考える。

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (\text{式4})$$

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \{x^T(t)Qx(t) + ru^2(t)\} dt \quad (\text{式5})$$

$$u(t) = -Fx(t) \quad (\text{式6})$$

ここで、 $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ 、 $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ 、 $x(t)$ は状態変数ベクトル、 $u(t)$ は操作量、 F はフィードバック係数行列、 Q 、 r は評価関数の重み係数とする。リカッチ代数方程式を(式7)に示す。

$$A^T P + PA + Q - PB \frac{1}{r} B^T P = 0 \quad (\text{式7})$$

ここで、 P はリカッチ代数方程式を満たす正定対称行列である。上付き添字の T は転置行列を表す。

- (1) システムの可制御性行列 U_c を導出し、可制御性を判定せよ。
- (2) 評価関数 J の重み係数を $Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 、 $r=1$ として、リカッチ代数方程式を解き、 P を求めよ。
- (3) フィードバック係数行列 F を求めよ。
- (4) フィードバック係数行列を $F = [3 \ 3]$ としたときの閉ループ系の状態方程式を求めよ。
- (5) (4)の閉ループ系の特性方程式を求めよ。なお、ラプラス演算子は s とする。
- (6) (4)の閉ループ系の固有値を求め、閉ループ系の安定性について説明せよ。