

平成24年度弁理士試験論文式筆記試験問題

[基礎物理学]

1. 図1のように、質量 m の質点を、初速 v_0 、角度 ϕ で地上から打ち上げる。地球を半径 R の密度が一様な球とし、万有引力定数を G 、地球の質量を M とする。 $M \gg m$ であり、また地球の自転と空気抵抗は無視する。以下の問いに答えよ。

【30点】

- (1) 地球の中心から質点までの距離が r のとき、地球の引力による位置のエネルギーを示せ。ただし、位置のエネルギーの基準は無限遠にとる。
- (2) 距離が r のときの質点の速度を v とし、速度 v の動径方向成分と接線方向成分をそれぞれ v_R と v_T と書く。 v_T を v_0 、 ϕ 、 r 、 R を用いて表せ。
- (3) 質点が地球の中心から最も離れる距離 r_{\max} を求める関係式を示せ。質点が地球の重力の束縛を振り切り、無限遠に飛び出すための v_0 の条件を示せ。
- (4) 質点が無限遠に飛び出さない場合を考える。質点が地球の中心から最も離れたときに接線方向に力積を与えたところ、質点は地球からの引力で円運動した。このときの力積を求めよ。ただし、質点が地球の中心から最も離れる距離は、 r_{\max} としてよい。

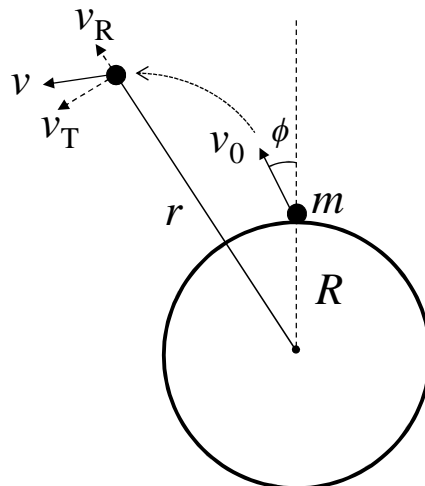


図1

2. 図2のように、質量 m の2つの質点 A と B を長さ l の糸で結び、A をバネ定数 k のバネの一端に取り付ける。水平方向に x 軸、鉛直方向に y 軸を取り、糸が鉛直方向となす角を θ とする。重力加速度を g とし、バネと糸の質量、及び空気抵抗は無視する。座標の原点は、バネが自然長のときの質点 A の位置に取る。以下の問いに答えよ。

【35点】

はじめに A を原点に固定して B を微小振動 ($|\theta| \ll 1$) させる。

- (1) 時刻 t の時の角度を $\theta(t)$ とし、B の位置を $\theta(t)$ を用いて表せ。 $\sin \theta \cong \theta$ 、 $\cos \theta \cong 1 - \frac{1}{2}\theta^2$ と近似せよ。

- (2) 運動エネルギーと位置のエネルギーを求めよ。ラグランジェの運動方程式を示し、振り子の周期を求めよ。

次に A の固定をはずし A と B を一緒に運動させる。ただし、 $|\theta| \ll 1$ とする。A は水平方向にのみ滑らかに動くものとする。時刻 t の時の A の位置を $x(t)$ とする。

- (3) B の位置を $x(t)$ と $\theta(t)$ を用いて表せ。ラグランジアンを求めよ。

- (4) ラグランジェの運動方程式をたてよ。

- (5) $t = 0$ のとき、 $x(0) = x_0$ 、 $\dot{x}(0) = 0$ 、 $\theta(0) = (1 + \sqrt{5})\frac{x_0}{l}$ 、 $\dot{\theta}(0) = 0$ であったとする。

$\frac{k}{m} = \frac{g}{l}$ の関係がある場合、 $x(t)$ を求めよ。ただし、必要があれば定数を定義し、それを用いて解答してもよい。

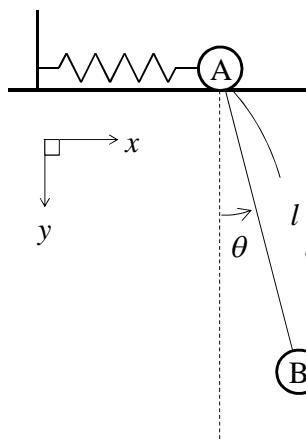


図 2

3. 図3のように、質量 M 、長さ $2a$ 、密度が一様で太さを無視できる棒が摩擦のない平面上に置かれており、質量 m の質点が、速度 v_0 で棒の端に完全弾性衝突した。衝突直後の、棒の重心の速度を u 、棒の回転角速度を ω 、質点の速度を v とする。衝突前の棒の重心の位置を座標の原点とする。以下の問いに答えよ。

【35点】

- (1) 棒の重心を通り平面に垂直な軸周りの慣性モーメント I を求めよ。
- (2) 運動量保存則を用いて、 u と v の間に成り立つ関係を求めよ。
- (3) 質点が衝突する棒の端点の衝突直後の速度を、 u と ω を用いて表し、 v_0 との間に成り立つ関係式を示せ。
- (4) 衝突の際の棒の端点に働く撃力を考えることで、 u と ω の関係を求めよ。
- (5) u と v を求めよ。
- (6) 衝突後に棒と質点が持つ、原点周りの角運動量を求めよ。またそれらの和を求めよ。

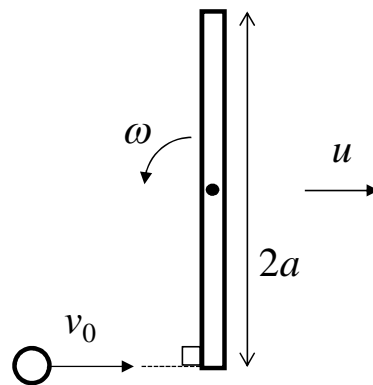


図 3