平成２４年度弁理士試験論文式筆記試験問題

［電磁気学］

１． 真空の３次元 xyz 空間中で、 xy 平面（ $z=0$ ）の周りの厚み $2d$ の領域（ $-\infty<x<\infty$ 、 $-\infty<y<\infty$ 、 $|z|\le d$ ）に電荷が電荷密度 ρ （ $\rho>0$ ）で均一に分布している。真空の誘電率を ε_0 とする。

【３０点】

(1) $z<-d$ 、 $-d\le z\le d$ 、 $d<z$ の各領域における z 軸方向の電場 $E(z)$ を求めよ。

(2) 縦軸を $E(z)$、横軸を z として、 $E(z)$ の概形をグラフに描け。

(3) $z<-d$ 、 $-d\le z\le d$ 、 $d<z$ の各領域における電位 $V(z)$ を求めよ。ただし、 $z=0$ において $V(0)=0$ とする。

(4) 縦軸を $V(z)$、横軸を z として、 $V(z)$ の概形をグラフに描け。

２．図１のように、半径aおよび半径b（$a<b$）、長さがLで、厚みが無視できる２つの導体円筒が真空中にあり、中心軸が一致するように置かれている。真空の誘電率をε_0とする。

【２０点】

(1)　この同心導体円筒をコンデンサーとして用いる。コンデンサーの静電容量Cを求めよ。$L \gg a\,,\,b$であり円筒の端の影響は考慮しなくてよいとする。

図２のように、この導体円筒間の領域を電気伝導率σの物質で充たす。

(2)　外側と内側の円筒間の電気抵抗Rを求めよ。

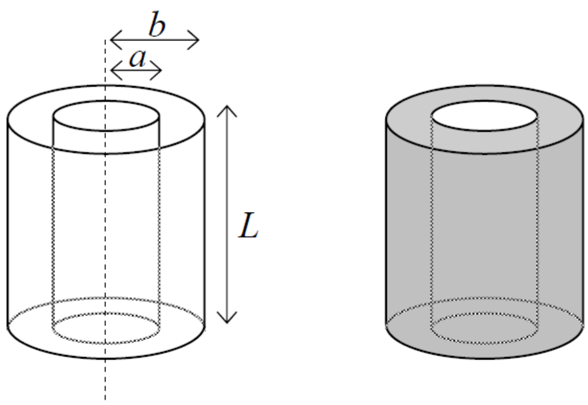

図１　　　　図２

３．真空中にエボナイト（絶縁体）でできた厚みの無視できる球殻（半径a、質量m）がある。球殻の表面には一様に電荷が分布しており（面電荷密度ρ）、電荷は球殻上に固定されている。球殻の中心を原点としてxyz座標軸をとり、空間的には一様で時間変化する磁束密度$\boldsymbol{B}(t)$を印加すると、帯電した球殻が回転した。時刻t（$t \geq 0$）における磁束密度は$\boldsymbol{B}(t)=\left(0,0,B_0(1-e^{-\frac{t}{t_0}})\right)$で与えられる。$B_0$、$t_0$はそれぞれ正の定数である。球殻の存在によって磁束密度$\boldsymbol{B}(t)$が変化することはないとする。また、球殻の回転によって発生する磁場の効果も無視できるとする。真空の誘電率をε_0、透磁率をμ_0とする。

【２５点】

(1)　球殻上の点(x,y,z)で生じる誘導電場の大きさを求めよ。球殻上の点の座標(x,y,z)は、極座標表示を用いて、$(x,y,z)=(a\sin\theta\cos\varphi, a\sin\theta\sin\varphi, a\cos\theta)$と表せることを用いてもよい。

(2)　時刻tにおいて誘導電場が帯電球殻に与える力の原点に関するモーメントの総和の大きさ$N(t)$を求めよ。

(3)　時刻tにおける帯電球殻の回転の向きと角速度$\omega(t)$を求めよ。ただし、球殻の中心軸に関する慣性モーメントは$I=\dfrac{2}{3}ma^2$である。

４．xyz 空間において、$z<0$ の領域は真空、$z \geq 0$ の領域は誘電率 $\varepsilon = 12\varepsilon_0$、透磁率 $\mu = 3\mu_0$ の一様な媒質で満たされているとする。$z<0$ の領域（真空）から z 軸正方向に伝搬する角振動数 ω_0 の平面電磁波が、$z \geq 0$ の領域（媒質）へ入射する。入射する電磁波の電場成分を $\boldsymbol{E}_0 = \left(E_0 \cos\left(k_0 z - \omega_0 t\right), 0, 0\right)$、波数ベクトルを $\boldsymbol{k}_0 = \left(0, 0, k_0\right)$、真空の誘電率を ε_0、透磁率を μ_0 とする。一般に誘電率 ε、透磁率 μ の媒質中を電磁波が伝搬する速さは $\dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$ で与えられ、電磁波の電場 $\boldsymbol{E}$ と磁場 $\boldsymbol{H}$ の間には $\dfrac{|\boldsymbol{H}|}{|\boldsymbol{E}|} = \sqrt{\dfrac{\varepsilon}{\mu}}$ の関係がある。また一般に、異なる媒質の界面において、$\boldsymbol{E}$ および $\boldsymbol{H}$ の界面に平行な成分は連続である。

【２５点】

(1)　入射波の磁場成分 $\boldsymbol{H}_0$ を求めよ。

(2)　反射波の電場成分 $\boldsymbol{E}_\mathrm{R}$ および磁場成分 $\boldsymbol{H}_\mathrm{R}$ を求めよ。

(3)　透過波の電場成分 $\boldsymbol{E}_\mathrm{T}$ および磁場成分 $\boldsymbol{H}_\mathrm{T}$ を求めよ。

(4)　電磁波の反射率 $R = S_\mathrm{R} / S_0$ および透過率 $T = S_\mathrm{T} / S_0$ を求めよ。ただし、S_0、S_R、S_T は入射波、反射波、透過波のポインティングベクトル（$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{E} \times \boldsymbol{H}$）の大きさである。

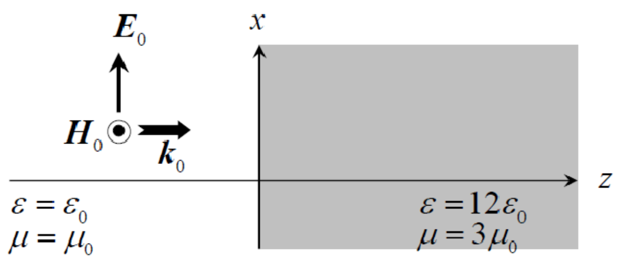

図３