

平成24年度弁理士試験論文式筆記試験問題

[情報理論]

1. 以下の問いに答えよ。

【39点】

2つの箱 A, B があり、箱 A には黒玉1つ、白玉3つが、箱 B には白玉4つが入っている。

ここで、以下の操作 I を繰り返す。

<操作 I >

箱 A, B の両方から無作為に1つずつの玉を取り出す。

その後、取り出した玉をそれぞれ他方の箱に入れる。

以上を1回の試行とする。

- (1) 試行回数 $n=2$ のとき、箱 B に黒玉が入っている確率を求めよ。
- (2) 試行回数 $n=3$ のとき、箱 B に黒玉が入っている確率を求めよ。
- (3) この試行の状態遷移図を示せ。
- (4) 試行回数 n が十分に大きいとき、箱 A, B のそれぞれに黒玉が入っている定常状態確率を求めよ。

3つの箱 A, B, C があり、箱 A には黒玉1つ、白玉3つが、箱 B、箱 C にはそれぞれ白玉4つずつが入っている。

ここで、以下の操作 II を繰り返すことを考える。

<操作 II >

サイコロを振り、奇数の目が出たときには「箱 A と箱 B」を、偶数の目が出たときには「箱 B と箱 C」を選択する。

選択された2つの箱からそれぞれ無作為に1つずつの玉を取り出す。

その後、取り出した玉をそれぞれ他方の箱に入れる。

以上を1回の試行とする。

ただし、サイコロの全ての目の出る確率は等しいものとする。

(次頁へ続く)

- (5) 試行回数 $n = 2$ のとき、箱 C に黒玉が入っている確率を求めよ。
- (6) 試行回数 $n = 2$ のとき、箱 B に黒玉が入っている確率を求めよ。
- (7) 試行回数 $n = 3$ のとき、箱 C に黒玉が入っている確率を求めよ。
- (8) この試行の状態遷移図を示せ。
- (9) 試行回数 n が十分に大きいとき、箱 A, B, C のそれぞれに黒玉が入っている定常状態確率を求めよ。

2. 2元対称通信路の通信路容量 C に関する以下の問いに答えよ。

【40点】

通信路行列が、

$$\begin{pmatrix} 1 - \varepsilon & \varepsilon \\ \varepsilon & 1 - \varepsilon \end{pmatrix}$$

で表される2元対称通信路がある。通信路への入力情報 X 、出力情報 Y は、シンボル $0, 1$ で構成されるビット列であるとする。また、入力情報 X においてシンボル $0, 1$ が生起する確率をそれぞれ $p_0, p_1 (= 1 - p_0)$ とする。

今、この通信路の通信路容量 C を求めるにあたり、

$$C = \max \{ I(X; Y) \} = \max \{ H(X) - H(X|Y) \} = \max \{ H(Y) - H(Y|X) \} \quad (2.1)$$

と変形した後に、 $H(Y), H(Y|X)$ を具体的に算出することを考える。

ただし、 $I(X; Y)$ は X と Y の相互情報量、 $H(X), H(Y)$ はそれぞれ X, Y のエントロピー、 $H(X|Y), H(Y|X)$ はそれぞれ条件付きエントロピーを表すものとする。

- (1) 式(2.1)において、通信路の容量が $\max \{ I(X; Y) \}$ 、すなわち $\max \{ H(X) - H(X|Y) \}$ で表せる理由を「あいまいさ」という語を用いて説明せよ。
- (2) 式(2.1)において、 $H(X) - H(X|Y) = H(Y) - H(Y|X)$ が成り立つ理由をベン図を用いて説明せよ。
- (3) $H(Y)$ を ε, p_0 で表せ。
- (4) $H(Y|X)$ を ε で表せ。
- (5) (3)(4)の結果を用いて、 C を ε で表せ。

3. 以下の情報理論に関する事項について、それぞれ数行で説明せよ。

【21点】

- (1) ベイズの定理
- (2) マルコフの不等式
- (3) 瞬時復号可能な条件