

平成 27 年度 弁理士試験論文式筆記試験問題

[基礎物理学]

1. 質点の運動に関する以下の問いに答えよ。万有引力定数を G とせよ。

【35点】

図1に示すように、質量 m の質点1が、原点に位置する質量 M の質点2から万有引力を受け、原点を中心とする半径 R の円周上を等速円運動する場合を考える。ただし、 M は m に比べて十分大きいいため、質点2の運動は無視できるものとする。

(1) 円運動における質点1の速さを G 、 m 、 M 、 R の中から適切な文字を用いて表せ。

(2) 円運動の周期を G 、 m 、 M 、 R の中から適切な文字を用いて表せ。

次に、図2に示すように、質量 m の質点1が、原点から無限に離れた地点 ($x < 0$) において速さ v_0 で $+x$ 方向に運動し、原点に位置する質量 M の質点2から万有引力を受けて運動する場合を考える。この場合にも、 M は m に比べて十分大きいいため、質点2の運動は無視できるものとする。無限遠 ($x < 0$) における軌跡の延長と原点との距離を a とする。

(3) 無限遠 ($x < 0$) において質点1のもつ角運動量の大きさを求めよ。ただし、角運動量の基準点を原点とする。

(4) 質点1が質点2 (すなわち原点) に最も近づくと、原点から質点1までの距離を a 、 G 、 M 、 m 、 v_0 の中から適切な文字を用いて表せ。

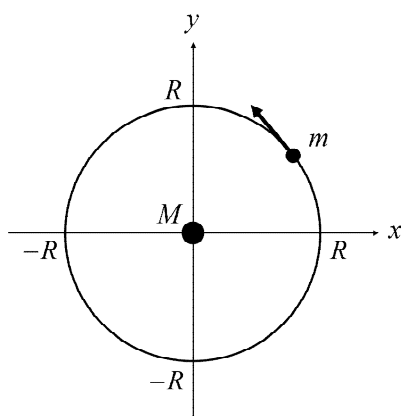


図1

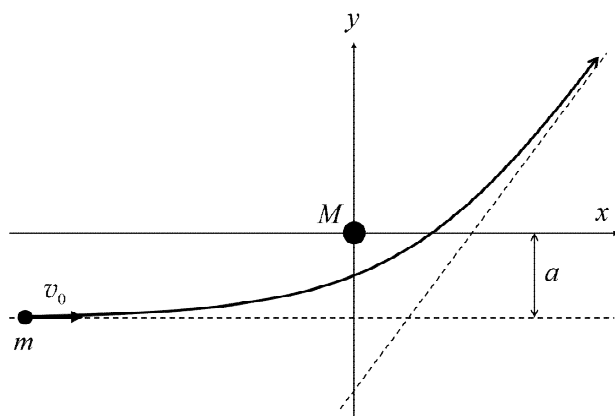


図2

2. 図3に示すように、質量の無視できる長さ $4L$ の棒の両端にそれぞれ質量 m のおもりが取り付けられた剛体棒がある。この剛体棒は、棒の長さを1:3に内分する点を支点にして、紙面内を滑らかに回転できるものとする。重力加速度を g とし、おもりの大きさは無視できるものとして以下の問いに答えよ。

【35点】

- (1) この剛体棒の（回転軸のまわりの）慣性モーメントを求めよ。
- (2) 時刻 t において鉛直線から測った棒の回転角を $\theta(t)$ 、その時間に関する1階微分および2階微分をそれぞれ $\dot{\theta}(t)$ および $\ddot{\theta}(t)$ とする。 $\ddot{\theta}(t)$ を $\theta(t)$ 、 g 、 m 、 L の中から適切な文字を用いて表せ。また、この剛体棒を微小振幅で単振動させたときの周期を、 g 、 m 、 L の中から適切な文字を用いて表せ。
- (3) 系の運動エネルギー T と位置エネルギー U を、それぞれ g 、 m 、 L 、 $\theta(t)$ 、 $\dot{\theta}(t)$ の中から適切な文字を用いて表せ。ただし、 $\theta=0$ のとき $U=0$ とせよ。
- (4) $\theta=0$ で静止した剛体棒に対し、時刻 $t=0$ において撃力を加えたところ、 $\theta(0)=0$ 、 $\dot{\theta}(0)=\omega_0$ となった。その後、剛体棒が一方向に回転し続けるために必要な、角速度 ω_0 の大きさに関する条件を記せ。

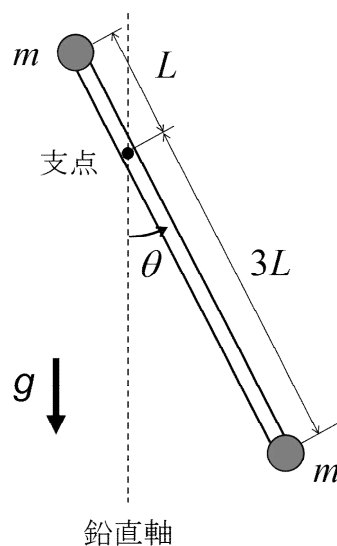


図3

3. 図4に示すように2つの滑車と3つのおもり（それぞれの質量を m 、 m 、 M とする）からなる系を考える。滑車1の中心は固定されているのに対し、滑車2の中心は上下に運動できる。滑車の質量や慣性モーメント、運動に際する摩擦や抵抗は無視できるものとする。重力加速度を g として以下の問いに答えよ。

【30点】

- (1) 図中の長さを x 、 y とし、その時間に関する1階微分をそれぞれ \dot{x} 、 \dot{y} と表す。時刻 t における系の運動エネルギー T を g 、 m 、 M 、 x 、 \dot{x} 、 y 、 \dot{y} の中から適切な文字を用いて表せ。
- (2) 系の位置エネルギー U を g 、 m 、 M 、 x 、 \dot{x} 、 y 、 \dot{y} の中から適切な文字を用いて表せ。ただし、 $x=y=0$ のとき $U=0$ とする。
- (3) ラグランジュの運動方程式を利用し、系の運動を表す方程式（すなわち、 x および y の時間微分方程式）を導出せよ。ただし、ラグランジアンは $L=T-U$ で表される。
- (4) 全てのおもりを手で支えて静止させた状態から静かに手を離れたところ、滑車1および2は回転し始めたが、質量 M のおもりは静止したままであった。このときの m と M の関係を記せ。

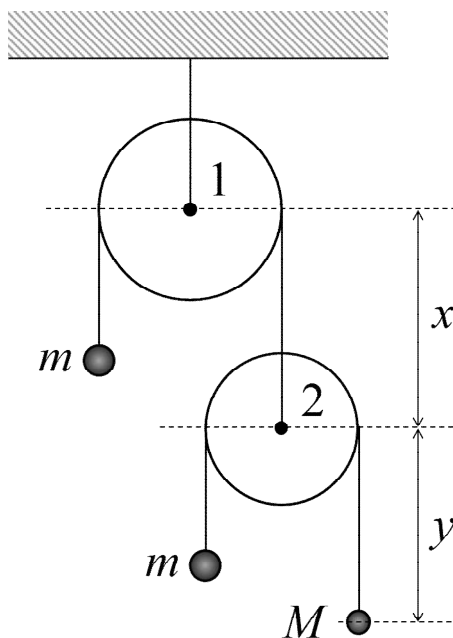


図4