

平成28年度弁理士試験論文式筆記試験問題

[基礎物理学]

1. 質量 m の質点が質量 M の台の斜面を滑り降りる運動を考える。斜面は水平な床から 30° 傾いており、質点は斜面を滑らかに滑るものとする。重力加速度を g として以下の問いに答えよ。

【35点】

まず、台が床に固定されている場合を考える。図1(a)に示すように、時刻 $t=0$ において、質点を斜面上の点 $(x, y) = (0, h)$ で静かに離した（ただし、 $h > 0$ ）。時刻 $t=0$ から $t=t_0 (> 0)$ の間に質点が斜面上を移動した距離を l とする。

- (1) 時刻 $t (> 0)$ における質点の加速度 $\ddot{l} = d^2l/dt^2$ を g を用いて表せ。
- (2) 時刻 $t=0$ から $t=t_0$ の間に質点が移動した距離 l を、 g 、 t_0 を用いて表せ。

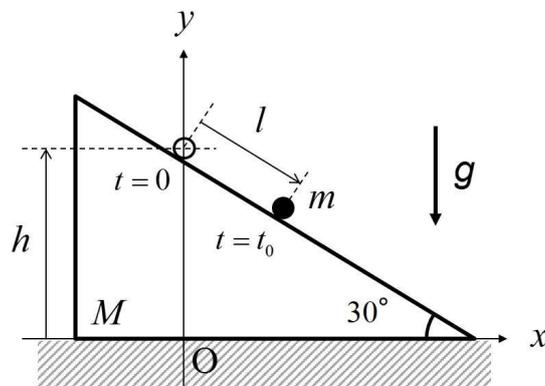


図1(a)

(次頁へ続く)

次に、台が床の上を滑らかに動く場合を考える。図 1 (b) に示すように、時刻 $t=0$ において台の重心 G は y 軸上 ($x=0$) にあり、台は静止していた。時刻 $t=0$ において台の斜面上の点 $(x, y) = (0, h)$ で質点を静かに離したところ、台は $-x$ の向きに移動し、質点は台の斜面から離れることなく斜面上を滑り降りた。このとき、図 1 (c) に示すように、時刻 $t=0$ から $t=t_1 (>0)$ の間に質点が移動した斜面上の距離を s とする。

- (3) 質点の位置を (x_m, y_m) 、台の重心 G の x 座標を $X (<0)$ とする。運動に際して、質点と台からなる系全体の重心の x 座標が変わらないことに注目し、時刻 $t (>0)$ における X を m 、 M 、 x_m を用いて表せ。
- (4) 時刻 $t (>0)$ における質点の位置 (x_m, y_m) を h 、 m 、 M 、 s を用いて表せ。
- (5) 時刻 $t (>0)$ における系全体の運動エネルギー (質点の運動エネルギーと台の運動エネルギーの和) を m 、 M 、 $\dot{s} = ds/dt$ を用いて表せ。
- (6) 運動に際して系全体の力学的エネルギーが保存することに着目し、時刻 $t=0$ から $t=t_1$ の間に質点が斜面上を移動した距離 s を g 、 m 、 M 、 t_1 を用いて表せ。

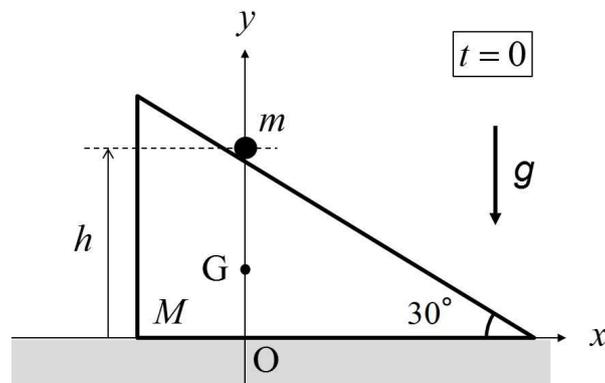


図 1 (b)

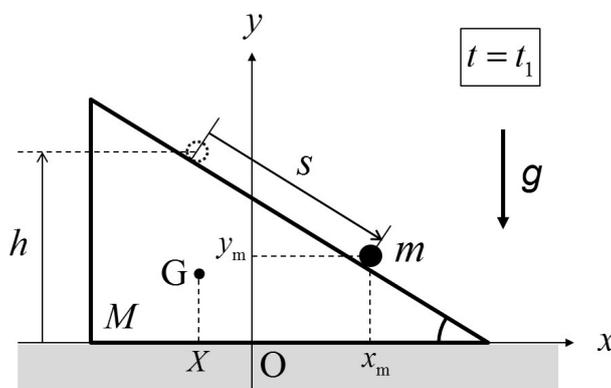


図 1 (c)

2. 質量 m をもつ質点の xy 平面内の運動を考える。質点は調和ポテンシャル $U(x, y) = \frac{1}{2}k(x^2 + y^2)$ で表される保存力を受けるものとする(ただし、 k は正の定数)。以下の問いに答えよ。

【30点】

- (1) 質点に作用する保存力が、常に質点と原点(0, 0)を結ぶ直線に沿うこと(すなわち中心力であること)を示せ。
- (2) 点($a, 0$)にある質点に対し+y向きに速さ v_0 を与えたところ、図2(a)に示すような半径 a の円軌道を描いた。速さ v_0 を a, k, m を用いて表せ。ただし $a > 0$ とする。
- (3) 点($a, 0$)にある質点に対し+y向きに速さ v_1 を与えたところ、図2(b)に示すような楕円軌道を描いた。点(0, $a/2$)における速さ v_2 と v_1 の比 v_2/v_1 を求めよ。また、点($a, 0$)における速さ v_1 を a, k, m を用いて表せ。
- (4) (2)の運動の周期 T_1 と(3)の運動の周期 T_2 の大小関係を理由とともに答えよ。

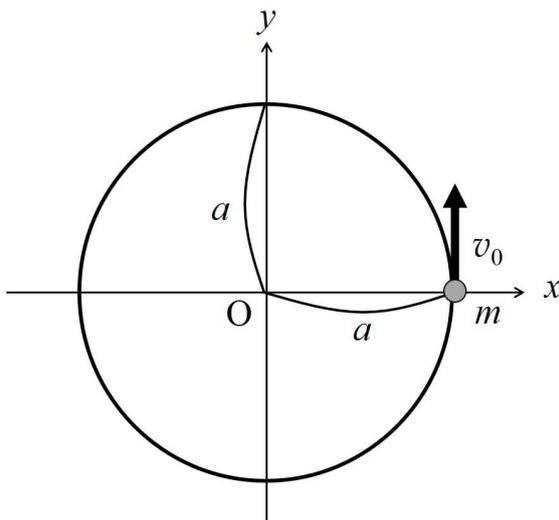


図2(a)

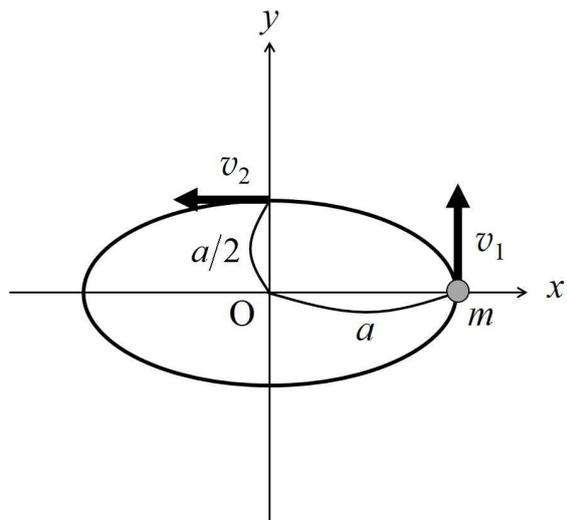


図2(b)

3. 質量の無視できる長さ L の棒の両端に、質量 M のおもりと質量 rM (ただし、 r は正の定数) のおもりが取り付けられた剛体棒がある。図 3 (a) に示すように、この剛体棒が、水平で滑らかな床 (xy 平面) の上で y 軸と平行に置かれて静止していた。 $+x$ の向きに速さ v_0 で動く質量 m の小球が、剛体棒の一部である質量 M のおもりに非弾性衝突した。衝突後、図 3 (b) に示すように質量 m の小球は静止し、棒は xy 平面内で並進運動と回転運動を始めた。おもりや小球の大きさは無視できるものとして以下の問いに答えよ。

【35点】

- (1) 衝突直後の剛体棒の重心 G の速さ V を、 m 、 M 、 r 、 v_0 を用いて表せ。
- (2) 衝突直後の剛体棒の並進運動のエネルギー (重心運動のエネルギー) K_T を m 、 M 、 r 、 v_0 を用いて表せ。
- (3) 衝突直後の剛体棒の回転運動の角速度 ω を L 、 m 、 M 、 r 、 v_0 の中から適切な文字を用いて表せ。
- (4) 衝突直後の剛体棒の (重心 G を基準とする) 回転運動のエネルギー K_R を m 、 M 、 r 、 v_0 を用いて表せ。
- (5) 比 K_T/K_R を r 、 m 、 M の中から適切な文字を用いて表せ。

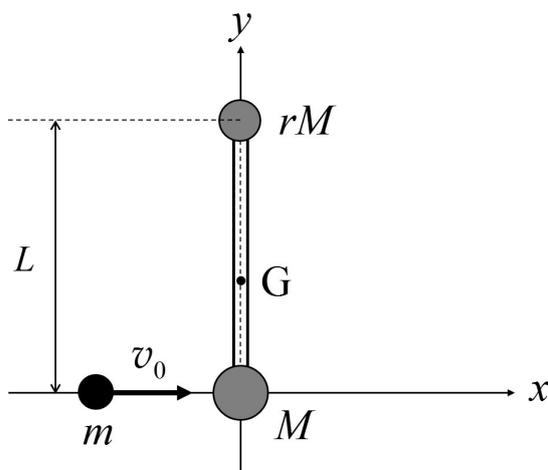


図 3 (a)

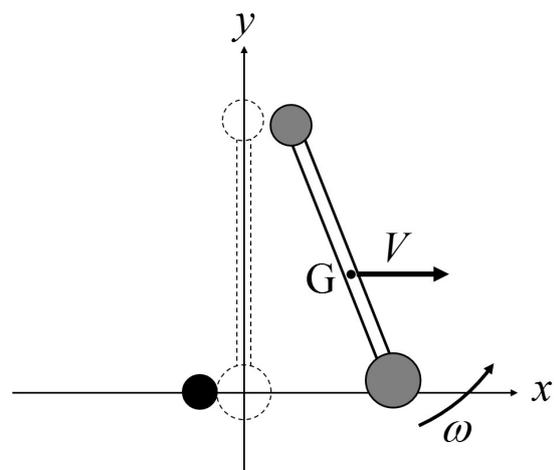


図 3 (b)