

平成30年度弁理士試験論文式筆記試験問題

[基礎物理学]

1 振動運動に関する以下の問いに答えよ。

【50点】

質量 m の質点 P が図1のように点 O から長さ ℓ の糸につるされ、紙面内を振動運動しているとする。ただし、糸がたるむことはない。 θ は図1のように、糸が鉛直下方となす角度とする。重力加速度を g として、以下の問い(1)～(3)に答えよ。

- (1) 質点 P の位置エネルギーを m 、 g 、 ℓ 、 θ を用いて表せ。ただし、質点 P が静止しているとき ($\theta = 0$) の位置エネルギーを 0 とする。
- (2) 質点 P の運動エネルギーを m 、 ℓ 、 $\dot{\theta}$ を用いて表せ。ただし、 $\dot{\theta}$ は θ の時間微分を表す。
- (3) θ が十分に小さい場合 ($|\theta| \ll 1$) に、質点 P の運動方程式を記せ。また、この振動運動の振動数 ω を求めよ。その際、 $\sin \theta \cong \theta$ あるいは $\cos \theta \cong 1 - \frac{1}{2}\theta^2$ を用いてよい。

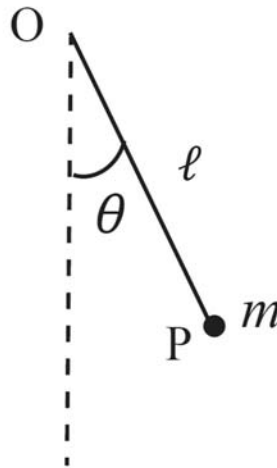


図1

(次頁へ続く)

さらに、同じ質量 m の質点 Q が、図 2 のように質点 P から長さ ℓ の糸につるされ、振動運動をしているとする。ただし、この場合も糸はたるむことはなく、質点 P 、 Q はともに紙面内を運動する。 θ 、 φ を図 2 のように、それぞれの糸が鉛直下方となす角度とし、重力加速度を g として、以下の問い(4)～(8)に答えよ。

- (4) 質点 Q の位置エネルギーを m 、 g 、 ℓ 、 θ 、 φ を用いて表せ。ただし、 P 、 Q が静止位置($\theta=0$ 、 $\varphi=0$)にあるときの質点 Q の位置エネルギーを 0 とする。
- (5) 質点 Q の運動エネルギーを m 、 ℓ 、 θ 、 φ 、 $\dot{\theta}$ 、 $\dot{\varphi}$ を用いて表せ。ここで、 $\dot{\theta}$ 、 $\dot{\varphi}$ は、それぞれ θ 、 φ の時間微分を表す。
- (6) θ 、 φ が微小量 ($|\theta| \ll 1$ 、 $|\varphi| \ll 1$) である場合に、質点 P 、 Q からなる質点系のラグランジアンを m 、 g 、 ℓ 、 θ 、 φ 、 $\dot{\theta}$ 、 $\dot{\varphi}$ を用いて表せ。その際、微小量 ε に対して、 $\cos \varepsilon \doteq 1 - \frac{1}{2}\varepsilon^2$ ($|\varepsilon| \ll 1$) を使い、また θ 、 φ 、 $\dot{\theta}$ 、 $\dot{\varphi}$ に関して、3 次以上の項を無視せよ。
- (7) (6) の結果を用いて、この質点系の運動方程式を記せ。
- (8) (7) の運動方程式から、この質点系の微小振動の基準振動数を求めよ。

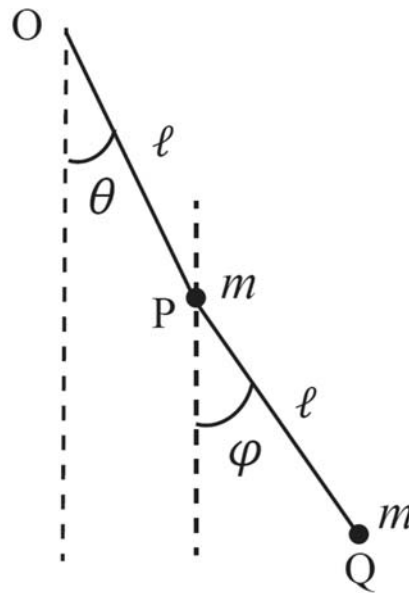


図 2

2 剛体球の運動に関して、以下の問いに答えよ。

【50点】

質量 m 、半径 r の一様密度の剛体球が、図3のように、固定された斜面を滑らず転がり降りる運動を考える。剛体球の中心は常にこの紙面内を運動している。斜面に接触する点で球に働く摩擦力を F 、斜面と水平面がなす角を θ 、重力加速度を g として、以下の問い(1)～(3)に答えよ。

- (1) 図3のように、剛体球の重心の斜面に沿って下向きの速度を V とする。この重心の加速度 $\dot{V}$ を m 、 F 、 g 、 θ を用いて表せ。ただし、 $\dot{V}$ は V の時間微分である。
- (2) 図3のように、剛体球の重心周りの回転角速度を ω とするとき、回転角加速度 $\dot{\omega}$ を m 、 r 、 F を用いて表せ。ただし、 $\dot{\omega}$ は ω の時間微分であり、一様密度の剛体球の回転中心軸周りの慣性モーメントは $\frac{2}{5}mr^2$ で与えられる。
- (3) 時刻 $t=0$ において、初速度 $V=0$ で転がり始めた剛体球は、その後の時刻 $t(>0)$ において、斜面を転がり続けているとする。この時刻 t における速度 V を、 F を消去したうえで、 t の関数として表せ。

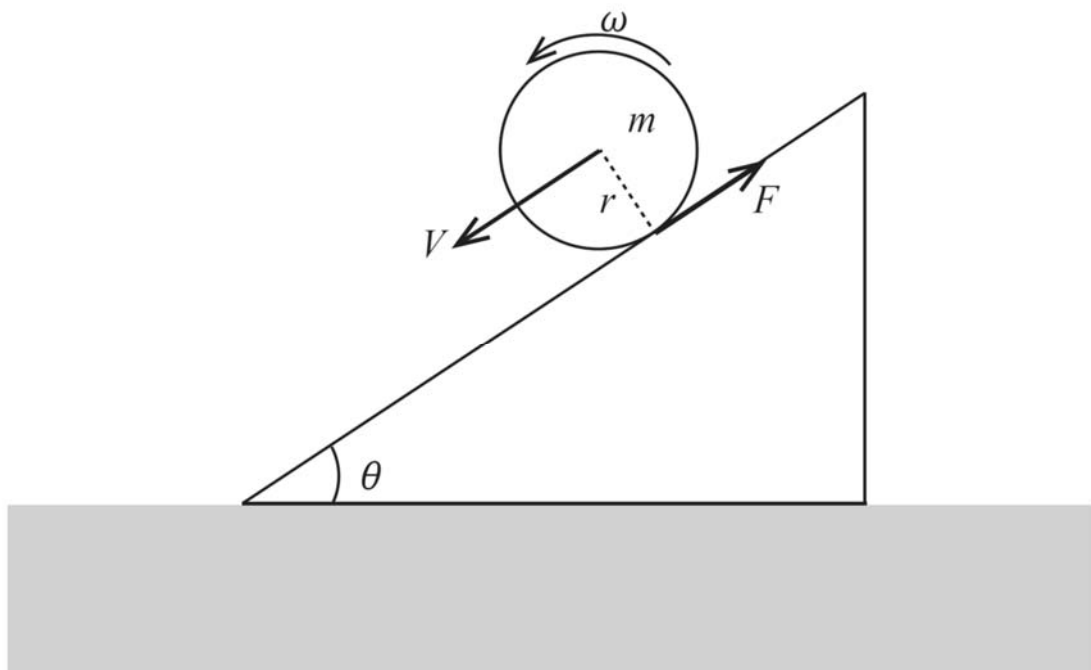


図3

(次頁へ続く)

前頁の一様密度の剛体球が、図4のように、内半径 R ($> r$) の固定された中空の円筒内の最下部から、初速度 V_0 で円筒内壁面を滑らず転がり上がる。図4の円筒断面は半径 R の円であり、剛体球の中心は常にこの紙面内を運動している。円筒内壁面に接する点で剛体球に働く摩擦力を F 、重力加速度を g として、以下の問い(4)～(9)に答えよ。

- (4) 図4のように、円筒断面の中心 O から剛体球の重心 G へ引いた線分が、鉛直下方となす角を θ とする。重心 G の速度 V を r 、 R 、 $\dot{\theta}$ を用いて表せ。ただし、 $\dot{\theta}$ は θ の時間微分である。
- (5) 重心 G の加速度 $\dot{V}$ を、 m 、 F 、 g 、 θ を用いて表せ。ただし、 $\dot{V}$ は V の時間微分である。
- (6) 剛体球の重心周りの回転角速度 ω を r 、 R 、 $\dot{\theta}$ を用いて表せ。
- (7) 回転角加速度 $\dot{\omega}$ を、 m 、 r 、 F を用いて表せ。ただし、 $\dot{\omega}$ は ω の時間微分である。
- (8) (5)～(7)の結果より、 F を消去し、 $\ddot{\theta}$ を r 、 R 、 g 、 θ を用いて表せ。ただし、 $\ddot{\theta}$ は θ の2階時間微分である。
- (9) この剛体球が円筒内壁面から離れずに、一周して初期位置まで戻ってくるための、重心 G の初速度 V_0 に関する条件を求めよ。

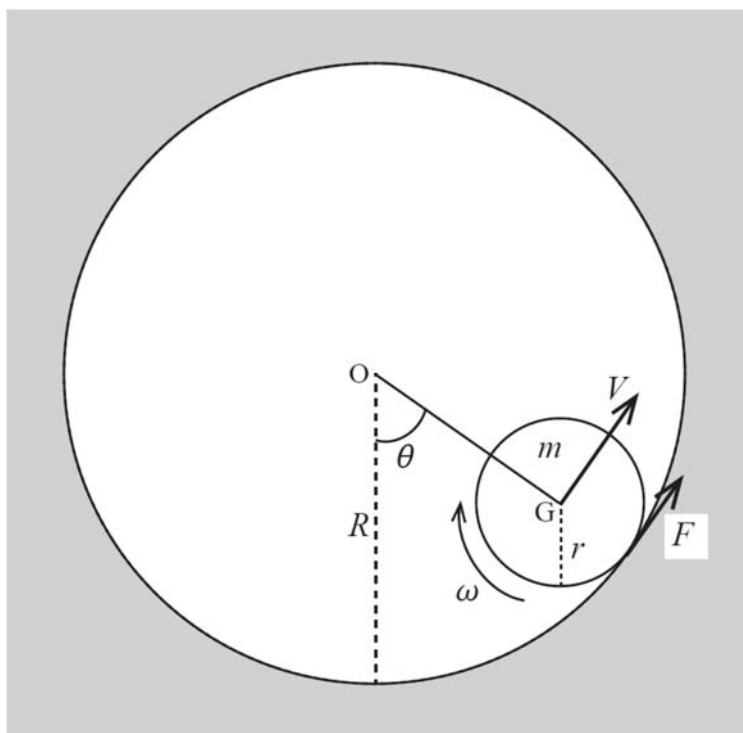


図4