

## 令和元年度弁理士試験論文式筆記試験問題

[基礎物理学]

1 図1のように、質量 $m$ の質点 A が $xy$ 平面内にあり、

$$\phi = \frac{1}{2}kr^2$$

なるポテンシャルの下で運動している。ただし、 $k$ は正の定数である。ここで、座標原点  $O$  から質点 A までの距離を $r$ とし、動径方向が $x$ 軸となす角を $\theta$ とする。以下の問いに答えよ。

【35点】

(1) 質点 A の速度の $x$ 成分及び $y$ 成分を $r$ 、 $\theta$ 、 $\dot{r}$ 、 $\dot{\theta}$ を用いて表せ。ただし、 $\dot{r}$ 、 $\dot{\theta}$ は、それぞれ、 $r$ 、 $\theta$ の時間微分を表す。

(2) 質点 A のラグランジアンを $r$ 、 $\dot{r}$ 、 $\dot{\theta}$ 、 $m$ 、 $k$ を用いて表せ。

(3)  $\ddot{r}$ を $r$ 、 $\dot{\theta}$ 、 $m$ 、 $k$ を用いて表せ。ただし、 $\ddot{r}$ は $r$ の2階時間微分である。

質点 A の運動の初期条件を $r = R$ 、 $\theta = 0$ 、 $\dot{r} = 0$ 、 $\dot{\theta} = \omega_0$ とする。その後の運動について、以下の問いに答えよ。

(4) 質点 A の角運動量が保存されることに着目し、 $\dot{\theta}$ を $r$ の関数として表せ。

(5)  $\ddot{r}$ が0となるときの $r$ を $R$ 、 $m$ 、 $k$ 、 $\omega_0$ を用いて表せ。

(6)  $r$ の取りうる範囲を、不等式を用いて表せ。

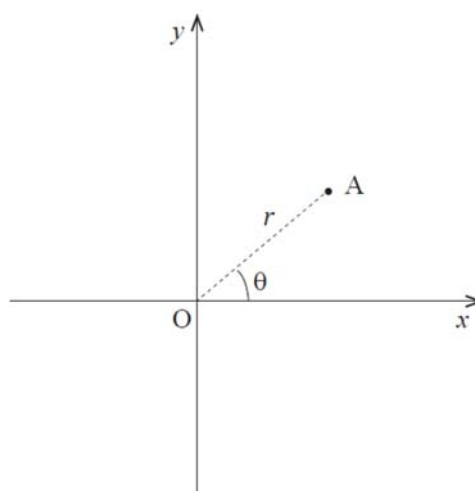


図 1

2 図2のように、ある回転軸の周りで自由に回転する重さの無視できる半径 $r$ の円板があり、その円周上に同じ質量 $m$ の3つの質点 A、B、C が固定され剛体を構成している。回転軸は円板の中心 O を通り、円板に垂直である。また、線分 OA と線分 OB のなす角、線分 OB と線分 OC のなす角は、いずれも 90 度である。この剛体を含む面を  $xy$  平面とし、その  $x$  軸方向は水平方向、 $y$  軸方向は鉛直方向、原点は O に、それぞれ一致している。線分 OA が  $x$  軸となす角を  $\theta$  とし、また重力加速度を  $g$  として、以下の問いに答えよ。

【35点】

- (1) この剛体の重心 G の位置  $(x_G, y_G)$  を求めよ。
- (2) この剛体の角運動量を  $m$ 、 $r$ 、 $\dot{\theta}$  を用いて表せ。ただし、 $\dot{\theta}$  は  $\theta$  の時間微分である。
- (3)  $\ddot{\theta}$  を  $g$ 、 $r$ 、 $\theta$  を用いて表せ。ただし、 $\ddot{\theta}$  は  $\theta$  の 2 階時間微分である。
- (4) この剛体が固定回転軸の周りで振動運動をしているとする。 $\theta$  が微小量 ( $\theta \ll 1$ ) である場合に、この振動運動の振動数を求めよ。
- (5)  $\theta = 0$  において、剛体に角速度  $\omega_0$  を与えた。この剛体と同じ向きに回転し続けるための、 $\omega_0$  に関する条件を求めよ。

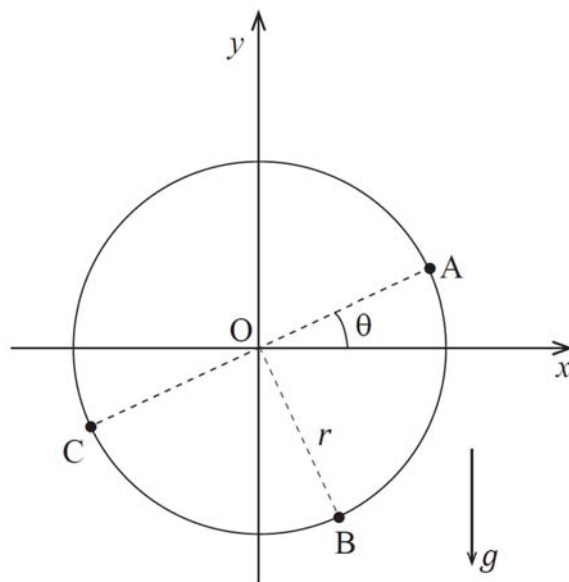


図 2

3 無重力空間に静止していたロケットが、発射後( $t \geq 0$ )に、単位時間あたり質量 $\rho$ の燃料を、ロケットから見て一定の速度 $v_0$ で噴射しながら運動する。ただし、燃料の噴射方向は常にロケットの進行方向に対し逆向きである。発射前の、燃料を含むロケットの全質量を $M$ とし、燃料がすべて噴射されるまでの運動を考えるものとして、以下の問いに答えよ。

【30点】

- (1) 時刻 $t$ における、ロケットの質量を求めよ。
- (2) 時刻 $t$ における、ロケットの速度を $V(t)$ とする。このとき、静止している観測者から見た燃料の速度を求めよ。
- (3) 時刻 $t + \Delta t$ における、ロケットの速度を $V(t + \Delta t)$ とする。 $\Delta t$ が十分に微小であるとして、

$$V(t + \Delta t) = V(t) + \dot{V}(t)\Delta t$$

とおく。ここで、 $\dot{V}(t)$ は $V(t)$ の時間微分である。 $\dot{V}(t)\Delta t$ を $M$ 、 $\rho$ 、 $v_0$ 、 $t$ 、 $\Delta t$ を用いて表せ。ただし、 $\Delta t$ については、その2次以上の項を無視せよ。

- (4) (3)の結果より、 $V(t)$ を求めよ。
- (5)  $M = 2 \times 10^6 \text{kg}$ 、 $v_0 = 10^3 \text{m/s}$ とし、ロケットは毎秒 $\rho = 10^4 \text{kg}$ の燃料を噴射するものとする。発射して3分後のロケットの速度を有効数字1桁で求めよ。ただし、 $\log_e 10 = 2.3$ とする。